

Metódy riešenia úloh z pravdepodobnosti a štatistiky

Domáca úloha 1

Odvzdávanie:

- Mailom na adresu beata.ulohy@gmail.com s predmetom **metódy 2021 – DU1 – priezvisko**. Formát predmetu aj mail je potrebné dodržať, maily sa podľa predmetu automaticky triedia.
- Posielajte buď pdf alebo odfotené riešenia ako obrázky.
- Termín odovzdania: **streda 24. 2. 2021** (teda poľnoc zo stredy na štvrtok)

Ďalšie poznámky:

- Pri riešení domácich úloh môžete v primeranej miere spolupracovať, ale výsledné riešenie musí napísať každý samostatne. Odpísané úlohy budú hodnotené 0 bodmi.
- “Plný počet” bodov za domácu úlohu je 60 – teda 3 príklady. Môžete však získať aj viac ako 60 bodov, do výpočtu priemeru aj do súťaže o hodnotenie A bez písomky sa počítajú všetky získané body.

Príklad 1 (20 bodov). Vráťme sa k príkladu 1 z cvičenia, v ktorom hľadáme tri písomky medzi náhodne pomešanými 20 písomkami. Označme teraz Y miesto, na ktorom sa nachádza prvá nájdená písomka.

- Aké hodnoty môže nadobúdať náhodná premenná Y a aké sú ich pravdepodobnosti?
- Ktorá hodnota premennej Y má najväčšiu pravdepodobnosť?

Príklad 2 (20 bodov). Vymyslíte zadanie jednoduchého príkladu, ktorý využíva Bayesovu vetu. Príklad aj vyriešte. Zozbierané príklady sa použijú ako súčasť písomky podľa príkladu 2, ktorý sme počítali na cvičení.

Príklad 3. Vráťme sa k príkladu 3 z cvičenia o skupinovom testovaní.

- **(10 bodov)** Na cvičení sme vypočítali očakávanú hodnotu počtu testov pri nasledovných troch možnostiach testovania 50 ľudí: testujeme každého jednotlivo, testujeme najskôr celú skupinu a testujeme najskôr dve 25 členné skupiny. Pre každú z týchto troch možností uveďte príklad parametra p (pravdepodobnosti pozitívneho výsledku u jednotlivca), pri ktorej je táto možnosť najlepšia spomedzi uvažovaných možností.
- **(10 bodov)** Uvažujme všeobecnejší postup pre testovanie: Ľudia - celkovo ich je N , čo je daná konštanta - sa rozdelia do skupín po k . Predpokladajme, že ľudí je veľa, preto zanedbáme prípadnú možnosť neceločíselnosti a budeme pracovať s N/k skupinami, pričom v každej je k ľudí. V každej tejto skupine testujeme krv rovnakým postupom ako na cvičení – najskôr spolu a ak treba, otestujeme každého samostatne. Očakávaný počet testov, ktoré sa budú robiť, tak závisí od pravdepodobnosti p a od veľkosti skupiny k . Pre zvolenú hodnotu p vypočítajte optimálnu veľkosť skupiny, pri ktorej je očakávaný počet testov minimálny.



Uved'te:

- odvodenie optimalizačnej úlohy
- jej numerické riešenie
- priložte použitý kód, screenshot z wolframalpha.com, spreadsheet a pod.

Návod: Pri výpočte očakávaného počtu vykonaných testov je výhodné zapísať celkový počet testov ako súčet počtov testov spravených v jednotlivých skupinách. Stredná hodnota počtu testov v jednej skupine sa počíta jednoducho, ako na cvičení.



Príklad 4 (20 bodov.) V istej firme sa pracuje každý deň v roku s výnimkou dní, v ktorých má niektorý zamestnanec narodeniny. Vtedy celá firma oslavuje a nepracuje sa.

Pre jednoduchosť zanedbajme priestupné roky (každý rok má teda 365 dní) a predpokladajme, že narodeniny majú počas roka rovnomerné rozdelenie a že firma nemá pred prijatím zamestnanca informáciu o dni jeho narodenia.

Koľko zamestnancov má mať firma, aby maximalizovala očakávaný počet dní, ktoré sú odpracované všetkými zamestnancami počas roka?

Príklad 5 (20 bodov). Predpokladajme, že počet predaných zákuskov v cukrárni za deň má Poissonovo rozdelenie so strednou hodnotou N . Čo je pravdepodobnejšie – že sa ich predá párny alebo nepárny počet?

Príklad 6 (20 bodov). V triede je 30 žiakov. V decembri, v posledný deň v škole pred prázdninami každý z nich prinesie do školy malý darček. Darčeky sa zabalia do rovnakých krabičiek a na konci vyučovania sa náhodne rozdelia medzi žiakov tejto triedy. Aká je stredná hodnota počtu žiakov, ktorí si domov odnesú vlastný darček?



Zdroj obrázkov:

https://www.freepik.com/free-photo/test-tube-latex-glove_1093206.htm

https://www.freepik.com/free-vector/birthday-cake-background-with-balloons-gifts_1189425.htm

https://www.freepik.com/free-vector/hand-drawn-christmas-background-with-red-beige-gift-boxes_1446699.htm