

Metódy riešenia úloh z pravdepodobnosti a štatistiky Domáca úloha 2

Odvzdávanie:

- Mailom na adresu beata.ulohy@gmail.com s predmetom **metódy 2021 – DU2 – priezvisko**. Formát predmetu aj mail je potrebné dodržať, maily sa podľa predmetu automaticky triedia.
- Posielajte buď pdf alebo odfotené riešenia ako obrázky.
- Termín odovzdania: **streda 3. 3. 2021** (teda poľnoc zo stredy na štvrtok)

Ďalšie poznámky:

- Pri riešení domácich úloh môžete v primeranej miere spolupracovať, ale výsledné riešenie musí napísať každý samostatne. Odpísané úlohy budú hodnotené 0 bodmi.
- “Plný počet” bodov za domácu úlohu je 60 – teda 3 príklady. Môžete však získať aj viac ako 60 bodov, do výpočtu priemeru aj do súťaže o hodnotenie A bez písomky sa počítajú všetky získané body.



Príklad 1 (20 bodov). Uvažujme situáciu z príkladu 1 z cvičenia (opití kamaráti) s tým rozdielom, že nápis pri vchode je názov podniku – ANAKONDA. Aká je teraz pravdepodobnosť, že sa tento nápis zachová?

Príklad 2 (20 bodov) Vráťme sa k príkladu People vs. Collins z cvičenia. Predpokladajme, že je N dvojíc a pravdepodobnosť, že dvojica má určité vlastnosti, sa rovná $Pr = 1/N$, a že splnenie týchto vlastností pre jednotlivé dvojice je nezávislé. V rozhodnutí súdu sa uvažuje takáto situácia a výpočet pravdepodobnosti, že existujú

aspoň dve také dvojice za podmienky, že existuje aspoň jedna. Píše sa:

We note parenthetically that if $1/N = Pr$, then as N increases indefinitely, the quotient in question approaches a limit of, where “ e ” represents the transcendental number (approximately 2.71828) familiar in mathematics and physics.

Vypočítajte hodnotu limity, ktorá v citáte hore z rozhodnutia súdu vynechaná (v pôvodnom texte, samozrejme, je).

Príklad 3 (20 bodov). Hráči Adam, Boris a Cyril sa umiestnili v šachovom turnaji s rovnakým počtom bodov na prvom mieste. O celkovom víťazovi sa má rozhodnúť v dodatočných hrách. Za víťazstvo sa v nich dáva jeden bod, za remízu pol bodu a za prehru nič.

Hry budú prebiehať nasledovne: Najskôr hráči zohrajú každý s každým po jednej hre. Ak niektorý z nich získa viac bodov ako obaja ostatní, stáva sa víťazom. Ak sa na prvom mieste znovu umiestnia viacerí hráči, tí medzi sebou znovu zohrajú takéto kolo. Takto sa bude pokračovať, kým nebude určený víťaz.



Adam hrá šach dobre, ale opatrne. S Borisom ani s Cyrilom nikdy neprehrá, ale Borisa porazí len s pravdepodobnosťou 0,1 a Cyrila s pravdepodobnosťou 0,2. Stretnutie medzi Borisom a Cyrilom je dobrodružstvo a nikdy sa nekončí remízou. Boris v tejto hre zvíťazí s pravdepodobnosťou 0,6 a Cyril s pravdepodobnosťou 0,4. Výsledky jednotlivých hier sú nezávislé.

Aká je pre jednotlivých hráčov pravdepodobnosť, že sa stanú víťazmi turnaja?

Príklad 4 (20 bodov). Majme množinu s n prvkami. Náhodne vyberieme dve jej podmnožiny (nezávisle na sebe, s návratom, každá podmnožina má rovnakú pravdepodobnosť výberu) a označíme ich A, B . Aká je pravdepodobnosť, že A je podmnožinou B ?

Pre n rovné 1 a 2 to vyzerá nasledovne a príslušné pravdepodobnosti teda sú $3/4$ a $9/16$:

		prvky B			
		žiadne	1	2	1,2
prvky A	žiadne	áno	áno	áno	áno
	1	nie	áno	nie	áno
	2	nie	nie	áno	áno
	1,2	nie	nie	nie	áno

Odvoďte pravdepodobnosť pre všeobecné n a upravte ju do tvaru, ktorý neobsahuje sumu a kombinačné čísla.

Príklad 5 (20 bodov). Roztržitý profesor zabudne v obchode dáždnik s pravdepodobnosťou $1/3$. Vyšiel z domu s dáždnikom, bol v štyroch obchodoch a vrátil sa bez dáždnika. Teraz sa chce najskôr vrátiť do toho obchodu, pre ktorý je pravdepodobnosť, že si práve v ňom zabudol dáždnik, najväčšia. Ktorý obchod to je? A čomu sa rovná pravdepodobnosť, že tam dáždnik nájde?

Príklad 6 (20 bodov). V meste sú dve taxislužby. Jedna má 85 zelených áut, druhá má 15 modrých áut. Počas jedného zimného hmlistého večera zrazil taxík mladého muža. Ten neskôr vypovedal, že auto bolo modré. Polícia vyskúšala, nakoľko je schopný rozoznať farbu v podobných podmienkach, ako boli v ten večer, a zistila, že farbu dokáže určiť správne v 75 percentách prípadov. Aká je na základe týchto informácií pravdepodobnosť, že muž bol naozaj zrazený modrým taxíkom?

