

Metódy riešenia úloh z pravdepodobnosti a štatistiky

Domáca úloha 5

Odvzdávanie:

- Mailom na adresu beata.ulohy@gmail.com s predmetom **metódy 2021 – DU5 – priezvisko**. Formát predmetu aj mail je potrebné dodržať, maily sa podľa predmetu automaticky triedia.
- Posielajte buď pdf alebo odfotené riešenia ako obrázky.
- Termín odovzdania: **streda 24. 3. 2021** (teda poľnoc zo stredy na štvrtok)

Ďalšie poznámky – rovnako ako v predchádzajúcich úlohách.

V príkladoch 1 - 3 spravte simulácie uvedených situácií a odhadnite, ktorá z uverených možností by mala byť správna.

Príklad 1 (20 bodov). Straty X a Y sú nezávislé náhodné premenné, pričom každá z nich má exponenciálne rozdelenie so strednou hodnotou 1. Poistenie preplatí celkovú stratu $X + Y$. Aká je pravdepodobnosť, že to bude menej ako 1?

Možnosti: (A) $\exp(-2)$ (B) $\exp(-1)$ (C) $1 - \exp(-1)$ (D) $1 - 2 \exp(-1)$ (E) $1 - 2 \exp(-2)$

Príklad 2 (20 bodov). Poistenie má pokryť stratu, ktorá je náhodnou premennou s hustotou $\frac{3}{8}x^2$ pre x z intervalu $(0, 2)$, inde je hustota nulová. Ak je hlásená strata x , tak čas spracovania nahlásenej poistnej udalosti v hodinách má rovnomerné rozdelenie na intervale $(x, 2x)$. Čomu sa rovná pravdepodobnosť, že spracovanie bude trvať tri hodiny alebo viac?

Možnosti: (A) 0.17 (B) 0.25 (C) 0.32 (D) 0.58 (E) 0.83

Príklad 3 (20 bodov). Predpokladajme, že zostávajúce dĺžky života manžela a manželky sú nezávislé náhodné premenné s rovnomerným rozdelením na intervale $(0, 40)$. Poistovňa ponúka produkt, ktorý má dve platby: prvá sa pozostalým vypláti pri smrti manžela a druhá pri smrti druhého zomrelého (teda v čase, keď sú obidvaja mŕtvi). Aká je kovariancia časov, v ktorých budú tieto platby realizované?

Možnosti: (A) 0.0 (B) 44.4 (C) 66.7 (D) 200.0 (E) 446.7

Príklady 4 - 6 sú klasické príklady na počítanie. Všetky sú z knihy **Quant Job Interview Questions And Answers**, ktorá obsahuje zadania z pracovných pohovorov na Wall Street a City of London.

Príklad 4 (20 bodov). Nech F je distribučná funkcia $N(0, 1)$ rozdelenia a X je náhodná premenná s $N(0, 1)$ rozdelením. Aká je stredná hodnota náhodnej premennej $F(X)$?

Príklad 5 (20 bodov). Hádzeme miliónkrát pravidelnou mincou a zapisujeme výsledky (H – hlava, Z – znak). Aká je stredná hodnota počtu reťazcov HHHHHHZZZZZZ v našom zápise?

Príklad 6 (20 bodov). Zoberieme balíček 52 kariet, pričom pri porovnávaní ich hodnoty uvažujeme usporiadanie $A > K > Q > \dots > 3 > 2$. Náhodne si vyberiete jednu z kariet, potom si ja zo zvyšných tiež vyberiem jednu kartu (náhodne v tom zmysle, že každá takáto dvojica má rovnakú pravdepodobnosť). Aká je pravdepodobnosť, že vaša karta bude mať vyššiu hodnotu ako moja?

