

Metódy riešenia úloh z pravdepodobnosti a štatistiky

Domáca úloha 7

Odvzdávanie:

- Mailom na adresu beata.ulohy@gmail.com s predmetom **metódy 2021 – DU7 – priezvisko**. Formát predmetu aj mail je potrebné dodržať, maily sa podľa predmetu automaticky triedia.
- Posielajte buď pdf alebo odfotené riešenia ako obrázky.
- Termín odovzdania: **streda 14. 4. 2021** (teda poľnoc zo stredy na štvrtok)

Ďalšie poznámky – rovnako ako v predchádzajúcich úlohách.

Poznámky:

- Integrály, ktoré vzniknú pri riešení, treba vypočítať (nestačí použiť napríklad WolframAlpha a pod. - to môže byť len kontrola)



Príklad 1 (20 bodov). Rómeo a Júlia sa majú stretnúť o poľnoci. Obaja sú však známi tým, že stále meškajú. Čas ich meškania má exponenciálne rozdelenie so strednou hodnotou 10 minút. Ich príchody sú nezávislé. Po príchode na dohodnuté miesto čakajú 15 minút a ak ten druhý nepríde, vrátia sa domov. Aká je pravdepodobnosť, že sa im podarí stretnúť sa?

Príklad 2 (20 bodov). Nech (A, B) je náhodný vektor s nezávislými zložkami, pričom každá z nich má rovnomerné rozdelenie na intervale $(-5, 5)$. Vypočítajte pravdepodobnosť, že kvadratická rovnica $x^2 + Ax + B = 0$ nemá reálne korene.

Príklad 3 (20 bodov). Nech (X, Y) je náhodný vektor s hustotou $\exp(-x - y)$ pre x, y kladné (inde je jeho hustota nulová). Dokážte, že náhodné premenné $\max(X, Y)$ a $X + \frac{1}{2}Y$ majú rovnaké pravdepodobnostné rozdelenie.

Príklad 4. Nech (X, Y) je náhodný vektor s nezávislými zložkami, pričom každá z nich má exponenciálne rozdelenie s tou istou strednou hodnotou.

- **(20 bodov)** Zvoľte si niekoľko (2-3) hodnôt pre spoločnú strednú hodnotu náhodných premenných X, Y . Pre každú z nich vygenerujte realizácie náhodného vektora (X, Y) a zobrazte histogram hodnôt náhodnej premennej $(X - Y)/(X + Y)$.
- **(20 bodov)** Odvoďte pravdepodobnostné rozdelenie náhodnej premennej $(X - Y)/(X + Y)$. (Výsledok z predchádzajúcej časti môže byť dobrou kontrolou.)

Príklad 5 (20 bodov). Vráťme sa k príkladu 3 z cvičenia (čas spracovania, ktorý závisí od výšky poistného plnenia). Aká je pravdepodobnosť, že čas spracovania bude menší ako 1?