

## Metódy riešenia úloh z pravdepodobnosti a štatistiky

### Domáca úloha 8

Odvzdávanie:

- Mailom na adresu [beata.ulohy@gmail.com](mailto:beata.ulohy@gmail.com) s predmetom **metódy 2021 – DU8 – priezvisko**. Formát predmetu aj mail je potrebné dodržať, maily sa podľa predmetu automaticky triedia.
- Posielajte buď pdf alebo odfotené riešenia ako obrázky.
- Termín odovzdania: **streda 21. 3. 2021** (teda poľnoc zo stredy na štvrtok)

Ďalšie poznámky – rovnako ako v predchádzajúcich úlohách.

---

**Príklad 1 (20 bodov).** Pri firme A je 60-percentná pravdepodobnosť, že nebude mať žiadne reklamácie. Ak bude jedna alebo viac reklamácií, celková suma, o ktorú v nich pôjde, bude mať normálne rozdelenie so strednou hodnotou 10000 a štandardnou odchýlkou 2000. Pri firme B je 70-percentná pravdepodobnosť, že nebude mať žiadne reklamácie. k bude jedna alebo viac reklamácií, celková suma, o ktorú v nich pôjde, bude mať normálne rozdelenie so strednou hodnotou 9000 a štandardnou odchýlkou 2000. Výšky týchto súm pre jednotlivé firmy sú nezávislé. Aká je pravdepodobnosť, že suma zodpovedajúca reklamáciám firmy B bude vyššia ako suma zodpovedajúca reklamáciám firmy A? (Ak firma nemá reklamácie, uvažovaná suma sa prirodzene berie ako rovná nule.)

Možnosti: (A) 0.180 (B) 0.185 (C) 0.217 (D) 0.223 (E) 0.240

**Príklad 2 (20 bodov).** Vrátime sa k príkladu 1 z cvičenia (škody spôsobené v dopravnej nehode) s tým rozdielom, že nezoberieme 25 dopravných nehôd, ale  $N$ .

- Vypočítajte pravdepodobnosť z príkladu pre toto všeobecné  $N$  a načrtnite jej priebeh ako funkcie premennej  $N$ .
- Vypočítajte limitu tejto pravdepodobnosti pre  $N$  idúce do nekonečna.

**Príklad 3 (20 bodov).** V príklade 4 z cvičenia sme ilustrovali pravdepodobnostné rozdelenie súčtu nezávislých náhodných premenných s geometrickým rozdelením na príklade, v ktorom bola pravdepodobnosť úspechu v jednom pokuse rovná  $\frac{1}{2}$ . Spravte podobnú ilustráciu pre situáciu, v ktorej uvažujeme ako pokus hádzanie kockou a úspechom je hodenie šestky. Vaše obrázky by mali ukazovať nesymetrické rozdelenie pre malý počet sčítancov, ako aj rozdelenie pre dostatočne veľký počet sčítancov, ktoré sa už podobná na normálne rozdelenie.



**Príklad 4 (20 bodov).** V príklade 3 z cvičenia sme mali dva prístroje na meranie výšky veže. Môže vzniknúť otázka, či má zmysel pracovať s menej presným prístrojom. Uvažujme preto situáciu, že výšku veže zmeriame iba pomocou presnejšieho prístroja. Vypočítajte pravdepodobnosť, že absolútna hodnota chyby bude menšia ako 0,005  $h$  (t. j. pravdepodobnosť zo zadania príkladu) a porovnajte ju s hodnotou, ktorú sme získali na cvičení pri použití priemeru z dvoch meraní.

**Príklad 5 (20 bodov).** V príklade 2 z cvičenia sme životnosť žiarovky modelovali normálnym rozdelením. Na modelovanie životnosti sa zvykne používať aj exponenciálne rozdelenie. Predpokladajme, že každá z  $N$  žiaroviek má životnosť danú exponenciálnym rozdelením s

parametrom  $K$  a tieto životnosti sú nezávislé. Odvodte hustotu súčtu životností týchto žiaroviek (teda, ako dlho nám vydržia, ak ich budeme postupne používať).

*Návod: Hypotézu pre všeobecné  $N$  môžete získať na základe zovšeobecnenia výsledkov pre niekoľko prvých hodnôt alebo si môžete odpoveď nájsť (ako vyzerá súčet nezávislých exponenciálnych rozdelení s rovnakým parametrom). Toto tvrdenie treba potom dokázať matematickou indukciou.*

**Príklad 6 (20 bodov).** Vráťme sa k príkladu 2 z cvičenia. V jednom kroku sme potrebovali hodnotu inverznej funkcie k distribučnej funkcii  $N(0, 1)$  rozdelenia. Na skúške, z ktorej tento príklad pochádza, je k dispozícii len tabuľka distribučnej funkcie s kladným argumentom, ako bolo ukázané vo videu 2 o výpočtoch s normálnym rozdelením. Kompletná tabuľka je na konci tejto domácej úlohy. Vyriešte príklad pomocou aproximácie potrebnej hodnoty na základe tejto tabuľky.

*Návod: Treba využiť symetriu distribučnej funkcie, teda vzťah medzi jej hodnotami v kladných a záporných argumentoch.*

Použité zdroje:

- Obrázok: [www.freepik.com/free-vector/medieval-fairytale-castles-cartoon-vector-set\\_5901378.htm](http://www.freepik.com/free-vector/medieval-fairytale-castles-cartoon-vector-set_5901378.htm)
- Tabuľka s hodnotami distribučnej funkcie: <https://www.soa.org/globalassets/assets/files/edu/P-05-05tables.pdf>

