

Metódy riešenia úloh z pravdepodobnosti a štatistiky
Domáca úloha 2, termín odovzdania: 3. 3. 2022

Inštrukcie:

- Termín odovzdania tejto DÚ: štvrtok 3. marca 2022 do začiatku cvičenia
- “Plný počet” bodov za domácu úlohu je 60.
- Ak niečo posielate mailom: mail beata.ulohy@gmail.com, predmet **metody 2022 – DU2 – priezvisko**

Ostatné inštrukcie sú v prvej domácej úlohe.



Príklad 1 (20 bodov)

Uvažujme situáciu z cvičenia o opitých kamarátoch s tým rozdielom, že nápis pri vchode je názov podniku – ANAKONDA. Aká je teraz pravdepodobnosť, že sa tento nápis zachová?

Príklad 2 (20 bodov)

Vráťme sa k príkladu *People vs. Collins* z cvičenia. Predpokladajme, že je N dvojíc a pravdepodobnosť, že dvojica má určité vlastnosti, sa rovná $Pr = 1/N$, a že splnenie týchto vlastností pre jednotlivé dvojice je nezávislé. V rozhodnutí súdu sa uvažuje takáto situácia a

výpočet pravdepodobnosti, že existujú aspoň dve také dvojice za podmienky, že existuje aspoň jedna. Píše sa:

We note parenthetically that if $1/N = Pr$, then as N increases indefinitely, the quotient in question approaches a limit of, where “ e ” represents the transcendental number (approximately 2.71828) familiar in mathematics and physics.

Vypočítajte hodnotu limity, ktorá v citáte hore z rozhodnutia súdu vynechaná (v pôvodnom texte, samozrejme, je).

Príklad 3 (20 bodov)

Hráči Adam, Boris a Cyril sa umiestnili v šachovom turnaji s rovnakým počtom bodov na prvom mieste. O celkovom víťazovi sa má rozhodnúť v dodatočných hrách. Za víťazstvo sa v nich dáva jeden bod, za remízu pol bodu a za prehru nič.

Hry budú prebiehať nasledovne: Najskôr hráči zohrajú každý s každým po jednej hre. Ak niektorý z nich získa viac bodov ako obaja ostatní, stáva sa víťazom. Ak sa na prvom mieste znovu umiestnia viacerí hráči, tí medzi sebou znovu zohrajú takéto kolo. Takto sa bude pokračovať, kým nebude určený víťaz.

Adam hrá šach dobre, ale opatrne. S Borisom ani s Cyrilom nikdy neprehrá, ale Borisa porazí len s pravdepodobnosťou 0,1 a Cyrila s pravdepodobnosťou 0,2. Stretnutie medzi Borisom a Cyrilom je dobrodružstvo a nikdy sa nekončí remízou. Boris v tejto hre zvíťazí s pravdepodobnosťou 0,6 a Cyril s pravdepodobnosťou 0,4. Výsledky jednotlivých hier sú nezávislé. Aká je pre jednotlivých hráčov pravdepodobnosť, že sa stanú víťazmi turnaja?



Príklad 4 (20 bodov)

Roztržitý profesor zabudne v obchode dáždník s pravdepodobnosťou $1/3$. Vyšiel z domu s dáždníkom, bol v štyroch obchodoch a vrátil sa bez dáždníka. Teraz sa chce najskôr vrátiť do toho obchodu, pre ktorý je pravdepodobnosť, že si práve v ňom zabudol dáždník, najväčšia. Ktorý obchod to je? A čomu sa rovná pravdepodobnosť, že tam dáždník nájde?

Príklad 5 (20 bodov)

Predpokladajme, že počet predaných zákuskov v cukrárni za deň má Poissonovo rozdelenie so strednou hodnotou N . Čo je pravdepodobnejšie – že sa ich predá párny alebo nepárny počet?

Príklad 6 (20 bodov)

Stará čínska hra mang kung sa hrá so šiestimi špeciálnymi kockami: Každá kocka má päť stien neoznačených. Na poslednej stene má prvá kocka jednu bodku, druhá kocka dve, tretia tri, štvrtá štyri, piata päť a šiesta šesť. Ak pri hode kockou padne neoznačená stena, počíta sa ako nula. Hodíme týmito šiestimi kockami a sčítame bodky, ktoré na nich padnú. Aké rôzne súčty môžu nastať a aké sú ich pravdepodobnosti?

