

Metódy riešenia úloh z pravdepodobnosti a štatistiky
Domáca úloha 5, termín odovzdania: 24. 3. 2022

Inštrukcie:

- Termín odovzdania tejto DÚ: štvrtok 24. marca 2022 do začiatku cvičenia
- "Plný počet" bodov za domácu úlohu je 60.
- Riešenia posielate mailom: mail beata.ulohy@gmail.com, predmet **metody 2022 – DU5 – priezvisko** – kód v R-ku a odpoveď na otázky buď v maili alebo zakomentované v kóde

Ostatné inštrukcie sú v prvej domácej úlohe.

Úlohy riešte simuláciami.

Príklad 1

V prvom cvičení sme mali príklad zo súťaže o zelené kura, nasledujúci príklad je tiež z tejto súťaže: Zelené kura stojí na číselnej osi v bode nula a pohybuje sa po celých¹ číslach (teda napríklad „3 kroky vľavo“ znamenajú posunúť sa na číslo o 3 menšie, ako je to, kde stojí teraz). Hádže pravidelnou mincou. Ak pri k-tom hode padne hlava, posunie sa o k krokov vpravo. Ak padne znak, posunie sa o k krokov vľavo. Aká je pravdepodobnosť, že na konci bude znovu v bode nula, ak

- **(10 bodov)** mincou hádže 2014 krát (pôvodné zadanie, súťaž bola v roku 2014)
- **(10 bodov)** mincou hádže 2022 krát

Príklad 2 (20 bodov)

Adam hádže N mincami, Boris hádže $N+1$ mincami. Spočítame počet padnutých hláv. Ak na Borisových minciach padlo viac hláv ako na Adamových, víťazom je Boris. V opačnom prípade je víťazom Adam. Aká je – pre niekoľko zvolených hodnôt N - pravdepodobnosť, že vyhrá Adam?

Príklad 3 (20 bodov)

Hádzeme N pravidelnými kockami. Vyhrávame, ak nám padnú práve dve jednotky a práve dve šestky. Aká je pravdepodobnosť našej výhry pre niekoľko zvolených hodnôt N ?

Príklad 4 (20 bodov) – zo skúšok aktuárskej spoločnosti Society of Actuaries, preto aj s možnosťami

Polícia prijala 100 policajtiiek. Ak zostanú na polícii až do dôchodku, bude im vyplatená dohodnutá suma. Ak budú v tom čase vydaté, rovnakú sumu zostane aj manžel. Je známe:

- Pravdepodobnosť, že policajтка zostane do dôchodku, je 0,4.
- Za predpokladu, že zostane dôchodku, pravdepodobnosť, že bude v tom čase vydatá, je 0,25.
- Pre jednotlivé policajtky tieto udalosti nezávisia od ich nastatia/nenastatia u ostatných.

Zaujíma nás počet výplat dohodnutej sumy (policajtkám a manželom). Aká je pravdepodobnosť, že ich nebude viac ako 90?

Možnosti: (A) 0,60 (B) 0,67 (C) 0,75 (D) 0,93 (E) 0,99

Príklad 5 (20 bodov)

Na začiatku máme jedno euro. Potom desaťkrát hádzeme mincou. Zakaždým, keď na minci padne hlava, sa stav nášho konta zdvojnásobí. Vždy, keď padne znak, klesne stav nášho konta na polovicu. Aká je stredná hodnota stavu nášho konta na konci?

Príklad 6 (20 bodov)

Na začiatku máme jedno euro. Potom desaťkrát hádzeme súčasne kockou a mincou. Zakaždým, keď na minci padne hlava, sa stav nášho konta vynásobí hodnotou, ktorá padla na kocke. Vždy, keď padne znak, stav nášho konta sa vydolí hodnotou, ktorá padla na kocke. Teda ak napríklad padne na kocke trojka a na minci znak, stav nášho konta klesne na tretinu svojej aktuálnej hodnoty. Aká je stredná hodnota stavu nášho konta na konci?