

Metódy riešenia úloh z pravdepodobnosti a štatistiky
Domáca úloha 9, termín odovzdania: 28. 4. 2022

Inštrukcie:

- Termín odovzdania tejto DÚ: štvrtok 28. apríla 2022
- Ak posielate riešenie alebo jeho časť mailom: mail beata.ulohy@gmail.com , predmet **metody 2022 – DU9 – priezvisko**
- Ostatné inštrukcie sú v prvej domácej úlohe.

Príklad 1 – spoločný pre DAV aj EFM+PMA

Komisia sa skladá z troch členov. Hlasujú nezávisle od seba, rozhodnutie komisie je také, ako hlasovala väčšina. Každý člen komisie má určitú pravdepodobnosť správneho rozhodnutia (t. j. pravdepodobnosť toho, že si správne vyhodnotí známe fakty a bude hlasovať spôsobom, ktorý sa neskôr ukáže byť správnym riešením danej situácie), pričom $1 \geq p_1 \geq p_2 \geq p_3 \geq \frac{1}{2}$, kde p_i je pravdepodobnosť správneho rozhodnutia i -teho člena.

- **(20 bodov)** Vyjadrite pravdepodobnosť správneho rozhodnutia komisie ako funkciu parametrov p_1, p_2, p_3 .
- **(20 bodov)** Tretí člen komisie si všimol, že sa najčastejšie mylí. Preto zvažuje dve možnosti:
 - Namiesto rozmyšľania nad problémom si len hodí mincou.
 - Odpíše hlasovanie suseda, teda druhého člena komisie.Pri ktorej možnosti bude pravdepodobnosť správneho rozhodnutia komisie vyššia?
- **(20 bodov)** Zvažuje sa možnosť, že by sa namiesto rozhodovania pomocou hlasovania komisie rozhodovalo tak, ako to považuje za vhodné prvý člen - teda ten, o ktorom vieme, že má najvyššiu pravdepodobnosť správneho rozhodnutia. Ako sa tým zmení pravdepodobnosť správneho rozhodnutia (zostane rovnaká – zníži sa – zvýši sa), v prípade že
 - $p_1 = 0.9, p_2 = 0.8, p_3 = 0.75$
 - $p_1 = 0.8, p_2 = 0.7, p_3 = 0.6$
- **(20 bodov)** Uvažujme situáciu z predchádzajúceho zadania, teda že sa zvažuje sa možnosť, že by sa namiesto rozhodovania pomocou hlasovania komisie rozhodovalo tak, ako to považuje za vhodné prvý člen a zaujíma nás, ako sa tým zmení pravdepodobnosť správneho rozhodnutia. V tomto prípade sú však všetky pravdepodobnosti p_i rovnaké, teda platí $p_1 = p_2 = p_3 \geq \frac{1}{2}$.

Príklad 2 – verzia pre DAV

(20 bodov) Uvažujme prvý príklad o testovaní hypotéz, teda rozlišovanie cukríkov. Pre jednotlivé možné hodnoty K vypočítajte chybu prvého a druhého druhu. Zapište ich do tabuľky a znázornite graficky (teda na x-ovej osi bude chyba prvého druhu, na y-ovej osi bude chyba druhého druhu a každý bod grafu bude zodpovedať jednej hodnote K). Na grafe budeme vidieť nepriamu úmeru, o ktorej sme hovorili na cvičení.

Príklad 3 – verzia pre DAV

(20 bodov) Uvažujme druhý príklad o testovaní hypotéz, teda testovanie podielu nepodarkov. Nulová a alternatívna hypotéza zostáva rovnaká, teraz však na kontrolu zoberieme 30 výrobkov (namiesto 10 z cvičenia). Pre hladinu významnosti 0,1 odvodte test (t. j. určte kritérium, kedy nulovú hypotézu zamietame) a vypočítajte preň chybu druhého druhu.

Príklad 2 – verzia pre EFM+PMA

(20 bodov) Prístroj obsahuje dva obvody. Druhý z nich je záložný, takže sa začne používať až potom, čo prvý obvod zlyhá. Prístroj sa pokazí, keď zlyhá druhý, záložný obvod (teda keď už nefunguje ani jeden z nich). Nech X, Y sú časy zlyhania prvého, resp. druhého obvodu. Hustota

náhodného vektora (X, Y) sa rovná $6 e^{-x} e^{-2y}$ pre $0 < x < y$ a inak je nulová, Vypočítajte strednú hodnotu času, v ktorom sa prístroj pokazí.

Možnosti: (A) 0.33 (B) 0.50 (C) 0.67 (D) 0.83 (E) 1.50

Príklad 3 – verzia pre EFM+PMA

(20 bodov) Nech X označuje vek poisteného auta v dopravnej nehode a Y čas, ktorý mal majiteľ auto poistené. Hustota náhodného vektora (X, Y) je nenulová iba na obdĺžniku $2 < x < 10, 0 < y < 1$, kde sa rovná $(10 - xy^2)/64$. Inde je nulová. Vypočítajte strednú hodnotu veku poisteného auta v dopravnej nehode.

Možnosti: (A) 4.9 (B) 5.2 (C) 5.8 (D) 6.0 (E) 6.4