

# Spojité náhodné premenne

Beáta Stehlíková, FMFI UK v Bratislave

1-PMA-752 Metódy riešenia úloh z pravdepodobnosti  
a štatistiky

## PRIKLAD 1 : ZA'KLADNÉ VÝPOČTY

Náhodná premenná  $X$  má hustotu  $f(x) = \begin{cases} cx & \text{pre } x \in [0,4] \\ 0 & \text{inak} \end{cases}$

- Určte konstantu  $c$ .
- Nakreslite graf hustoty.
- Odvoďte distribučnú funkciu a nakreslite jej graf.
- Vypočítajte pravdepodobnosť  $P(X < 1)$ .
- Vypočítajte pravdepodobnosť  $P(X > 2)$ .

## PRIKLAD 2 : ZA'KLADNÉ VÝPOČTY II.

Náhodná premenná  $X$  má hustotu  $f(x) = \begin{cases} \frac{c}{x^2} & \text{pre } |x| \geq 1 \\ 0 & \text{inak} \end{cases}$

- Určte konstantu  $c$ .
- Nakreslite graf hustoty.
- Odvoďte distribučnú funkciu a nakreslite jej graf.
- Vypočítajte pravdepodobnosť  $P(X < 2)$ .
- Vypočítajte pravdepodobnosť  $P(|X| > 2)$ .

PRI'KLAD 3 : ŽIVOTNOST' PRÍSTROJA (SKÚŠKY SOCIETY OF ACTUARIES)

Životnosť prístroja je náhodná premenná s hodnotami z intervalu  $(0, 40)$ , ktorej hustota je úmerná  $(10+x)^{-2}$ .  
Vypočítajte pravdepodobnosť, že životnosť je kratšia ako 6.

- (A) 0,04    (B) 0,15    (C) 0,47    (D) 0,53    (E) 0,94

## PRIKLAD 4 : PLATBY POISTOVNE (SOA)

Výšku platieb poistovne za mesiac modelujeme kladnou spojitou náhodnou premennou s hustotou úmernou  $(1+x)^{-4}$  pre  $x \in (0, \infty)$ . Nájdite strednú hodnotu platieb.

- (A)  $\frac{1}{6}$     (B)  $\frac{1}{3}$     (C)  $\frac{1}{2}$     (D) 1    (E) 3

### PRIKLAD 5: OHRANIČENIE NA VYPLATENÚ SUMU (SDA)

Poist'ovňa preplatí škodu do výšky 10 (t.j. ak je škoda vyššia, vyplatí sumu 10). Výška škody má hustotu

$$f(y) = \begin{cases} 2y^{-3} & \text{pre } y > 1 \\ 0 & \text{inak} \end{cases}$$

Vypočítajte strednú hodnotu vyplatenej sumy.

- (A) 1,0      (B) 1,3      (C) 1,8      (D) 1,9      (E) 2,0

## PRIKLAD 6: NASTAVENIE VÝŠKY SPOLUÚČASTI

- ak je škoda menšia ako  $K$ , poisťovňa nevypláti nič
- inak vyplatí výšku škody znižujú o  $K$

Výška škody má rovnomerné rozdelenie na  $(0, 1000)$ . Akú spoluúčasť má určiť poisťovňa, aby stredná hodnota jej platby bola 25% toho, čo by v priemere platila bez spoluúčasti.

(A) 250   (B) 375   (C) 500   (D) 625   (E) 750

## PRIKLAD 7: ČAS ODHALENIA CHYBY PRÍSTROJA (SOA)

Prístroj, ktorý meria a zaznamenáva seizmickú aktivitu, je na zle dostupnom mieste, a preto nebude počas prvých dvoch rokov monitorovaný. Čas do jeho pokazenia  $T$  má exponenciálne rozdelenie so strednou hodnotou 3. Čas odhalenia chyby prístroja teda je  $X = \max(T, 2)$ . Vypočítajte  $E(X)$ .

(A)  $2 + \frac{1}{3}e^{-6}$  (B)  $2 - 2e^{-2/3} + 5e^{-4/3}$  (C) 3 (D)  $2 + 3e^{-2/3}$  (E) 5

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & \text{pre } x > 0 \\ 0 & \text{inak} \end{cases}$$

$\lambda > 0$  parameter