

Simulácie príkladov II.

Beáta Stehlíková, FMFI UK v Bratislave

1-PMA-752 Metódy riešenia úloh z pravdepodobnosti a štatistiky

Príklad 1. Janko Hraško počíta príklady na skúške. Zostávajú mu dva príklady a hodina času. Čas, ktorý potrebuje na vyriešenie každého z príkladov, má exponenciálne rozdelenie so strednou hodnotou 20 minút a tieto dva časy sú nezávislé. Aká je pravdepodobnosť, že stihne vyriešiť obidva príklady?

Príklad 2. V kvetinárstve pripravujú kyticu, ktorá má obsahovať 5 kvetov. K dispozícii majú 6 bielych, 5 žltých a 4 červené. Zákazník sa nevedel rozhodnúť, preto povedal, aby kvety vybrali náhodne. Každá možná trojica kvetov teda bude mať rovnakú pravdepodobnosť. Aká je pri takejto náhodnej kytici pravdepodobnosť, že v nej budú mať zastúpenie kvety všetkých troch farieb?

Príklad 3. Poistovňa zaplatí škody na aute majiteľa poistky, ktorý spôsobil nehodu (náhodná premenná X) a škody na druhom aute v dopravnej nehode (náhodná premenná Y).

- ▶ X má rovnomerné rozdelenie na $(0, 1)$
- ▶ Pre dané $X = x$ má Y rovnomerné rozdelenie na $(x, x + 1)$

Aká je pravdepodobnosť, že škoda na druhom aute bude väčšia ako 0.5?

Možnosti: (A) $3/8$ (B) $1/2$ (C) $3/4$ (D) $7/8$ (E) $15/16$

Príklad 4. Nech (A, B) je náhodný vektor s nezávislými zložkami, pričom každá z nich má rovnomerné rozdelenie na intervale $(-5, 5)$. Vypočítajte pravdepodobnosť, že kvadratická rovnica $x^2 + Ax + B = 0$ nemá reálne korene.

Príklad 5. Je známe:

- ▶ Výška poistného plnenia X má rozdelenie dané hustotou $\frac{3}{8}x^2$ pre x z intervalu $(0, 2)$.
- ▶ Ak je výška poistného plnenia rovná x , tak čas spracovania má rovnomerné rozdelenie na intervale $(x, 2x)$.

Čomu sa rovná pravdepodobnosť, že čas spracovania bude väčší ako 3?

Možnosti: (A) 0.17 (B) 0.25 (C) 0.32 (D) 0.58 (E) 0.83

Príklad 6. Nech (X, Y) je náhodný vektor s nezávislými zložkami, pričom každá z nich má rovnomerné rozdelenie na intervale $(0, 1)$. Odhadnite strednú hodnotu vzdialenosti bodu (X, Y) od začiatku súradnicovej sústavy $(0, 0)$.

Príklad 7. Nech (X, Y) je náhodný vektor s nezávislými zložkami, pričom každá z nich má exponenciálne rozdelenie s tou istou strednou hodnotou. Zvoľte si niekoľko (2-3) hodnôt pre spoločnú strednú hodnotu náhodných premenných X, Y . Pre každú z nich vygenerujte realizácie náhodného vektora (X, Y) a zobrazte histogram hodnôt náhodnej premennej $\frac{X-Y}{X+Y}$. Skúste odhadnúť, aké je pravdepodobnostné rozdelenie tejto náhodnej premennej.