

Testovanie štatistických hypotéz I.

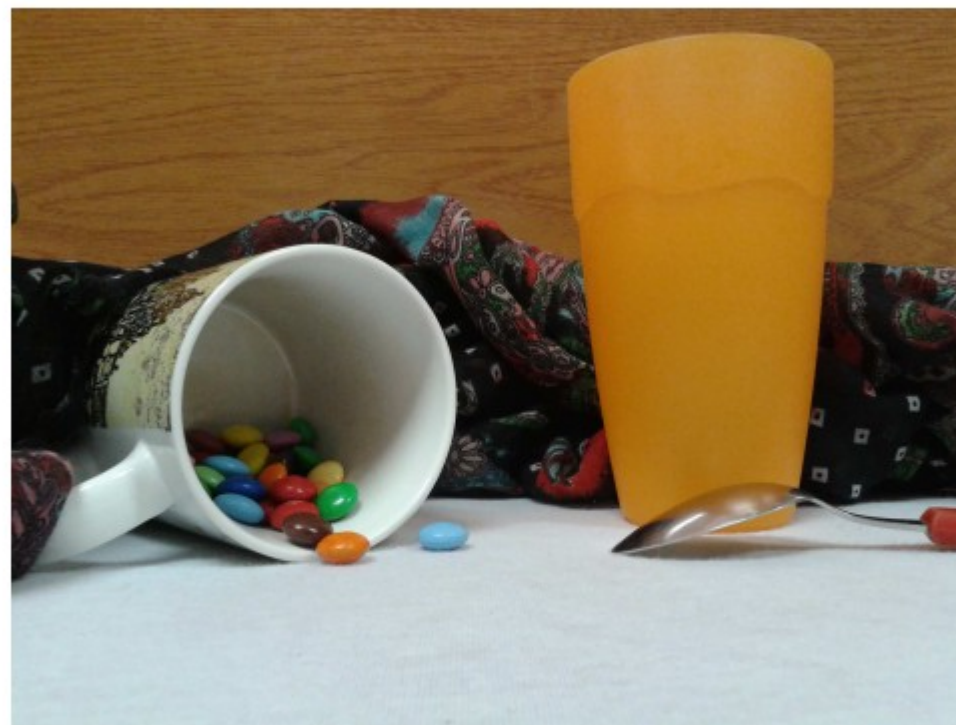


Metódy riešenia úloh z pravdepodobnosti a štatistiky
Beáta Stehlíková, FMFI UK Bratislava

Príklad 1: Rozlíšenie lentíliek a M&M's



- Bakalárska práca *Experimenty a vlastné dáta pri vyučovaní pravdepodobnosti a štatistiky* (Katarína Kocsisová, 2015)
- Kapitola *Základné princípy testovania štatistických hypotéz a rozlišovanie M&M's a Lentíliek*



Obr. 1: Predmety potrebné na experiment

Hypotézy



- Degustátor tvrdí, že s pravdepodobnosťou 0,85 správne určí druh cukríka.
- Alternatívna hypotéza: odpovede iba háda, teda pravdepodobnosť správnej odpovede je 0,5.

V reči testovania hypotéz:

- Nulová hypotéza H_0 : $p = 0,85$
- Alternatívna hypotéza: $p = 0,5$



Testovacia štatistika, zamietnutie H_0



- Degustátora necháme ochutnať 20 cukríkov.
- Zaznamenáme počet správnych odpovedí.
- Ak ich je príliš málo, hypotézu H_0 zamietneme v prospech alternatívnej hypotézy o tipovaní

V reči testovania hypotéz:

- Testovacia štatistika – počet správnych odpovedí
 - H_0 zamietneme, ak je $X < k$
 - Treba ešte určiť hodnotu k
-

Chyby pri testovaní hypotéz



- Môže sa stať, že:
 - Degustátor má pravdu o $p = 0,85$, ale kvôli vplyvu náhodnosti spraví príliš veľa chýb, na základe čoho nulovú hypotézu zamietneme.
 - Degustátor odpoveď tipuje, ale náhodou sa mu podarí uhádnuť veľa curíkov, na základe čoho nulovú hypotézu nezamietneme.

V reči testovania hypotéz:

- Chyba prvého druhu – zamietneme nulovú hypotézu, hoci je pravdivá
 - Chyba druhého druhu – nezamietneme nulovú hypotézu, hoci je nepravdivá
-

Pravdepodobnosť chyby 1. a 2. druhu



- Cvičenie:

Zvoľte si hodnotu k , ktorá sa vám zdá byť rozumná a vypočítajte pravdepodobnosť chyby prvého a druhého druhu.



Konštrukcia testu



- Postup pri testovaní štatistických hypotéz:
 - Zvolí sa **hladina významnosti** a obor zamietnutia sa určí tak, aby sa pravdepodobnosť chyby prvého druhu rovnala zvolenej hladine významnosti (štandardne 0,05). Ak sa to nedá, tak aby bola menšia alebo rovná hladine významnosti.
 - Súčasne sa snažíme minimalizovať chybu druhého druhu – z toho vyplýva voľba tvare oboru zamietnutia
 - **Sila testu** – pravdepodobnosť, že zamietneme nulovú hypotézu, ak platí alternatívna hypotéza

Konštrukcia testu a testovanie



- Cvičenie:
 - Zvoľte hodnotu k tak, aby sme dostali test na hladine významnosti 0,05.
 - Vypočítajte silu tohto testu.
 - Pri realizácii pokusu v bakalárskej práci sme získali 18 správnych odpovedí z 20. Zamietame nulovú hypotézu alebo nie?



Príklad 2: Počet nepodarkov



- Súbory výrobkov obsahuje určitý počet nepodarkov.
 - Dodávateľ tvrdí, že tento podiel je 5 percent.
 - Odberateľ nesúhlasí a tvrdí, že je to 10 percent.
- Dohodol sa nasledovný postup:
 - Na kontrolu sa náhodne vyberie 10 výrobkov.
 - Ak bude medzi nimi viac ako jeden nepodarek, tvrdenie dodávateľa sa zamietne a bude sa postupovať podľa cenových podmienok odberateľa.
 - Inak sa bude postupovať podľa podmienok dodávateľa.
- Sformulujte ako testovanie štatistickej hypotézy a vypočítajte pravdepodobnosť chyby 1. a 2. druhu.

Príklad 2: Počet nepodarkov



- Namiesto hypotézy odberateľa uvažujme alternatívnu hypotézu v tvare všeobecnej hodnoty podielu nepodarkov, ktorá je väčšia ako 5 percent.
- Vypočítajte silu testu pri každu hodnotu (je to tzv. **silofunkcia**) a nakreslite jej priebeh.



Príklad 3: Veľkosť skrutiek



- Vyrábajú sa skrutky, ktoré majú mať prieme 40 mm.
- Na kontrolu sme náhodne vybrali 36 skrutiek.
- Súbor sa vyhlási za nekvalitný, ak bude priemer rozmerov vybraných skrutiek menší ako 39,9 mm alebo väčší ako 40,1 mm.
- Z predchádzajúcich meraní vieme, že rozmer skrutiek má normálne rozdelenie so štandardnou odchýlkou 1 mm. Zlá kvalita pochádza len zo zlého nastavenia stroja, ktoré vedie k nesprávnej strednej hodnote rozmeru vyrobených skrutiek.



Príklad 3: Veľkosť skrutiek



- Sformulujte tento postup pomocou testovania štatistických hypotéz.
 - Vypočítajte pravdepodobnosť chyby prvého druhu.
 - Vypočítajte pravdepodobnosť chyby druhého druhu, ak je skutočná stredná hodnota 40,3 mm.
 - Aký rozsah výberu (namiesto 36) treba zobrať pri alternatívnej hypotéze 40,3 mm, ak má byť chyba prvého aj druhého druhu nanajvýš 0,05?
 - Vypočítajte a nakreslite silofunkciu testu pri pôvodnom rozsahu výberu 36.
-