

Metódy riešenia úloh z pravdepodobnosti a štatistiky
Domáca úloha 4, termín odovzdania: 22. 3. 2023 (začiatok cvičenia)

- Odovzdávanie:
 - Komentovaný kód v R-ku na adresu beata.ulohy@gmail.com s predmetom **metody 2023 – DU4 – meno**
 - Výsledné pravdepodobnosti napíšte aj do textu mailu. Napríklad: „príklad 4 – 0,1234“ atď.
 - Teoretické riešenia na papier
- Ostatné poznámky zostávajú rovnaké ako v prvých domácich úlohách.

Príklad 1 (20 bodov). Uvažujeme prvý príklad z posledného cvičenia:

Na úsečke AB sú náhodne zvolené body L a M. Aká je pravdepodobnosť, že bod L je bližšie k bodu M ako k bodu A?

Bez ujmy na všeobecnosti môžeme predpokladať že úsečka AB zodpovedá intervalu $(0, 1)$. Body L a M sú potom čísla z tohto intervalu a všetky možné hodnoty (L, M) zodpovedajú štvorcu $(0, 1) \times (0, 1)$. Odvodte, ktorým bodom v tomto štvorci zodpovedajú tie body, pri ktorých je splnená podmienka z príkladu, teda že bod L je bližšie k bodu M ako k bodu A.

Poznámka: Na kontrolu sa samozrejme dajú použiť výsledky simulácií. Podiel plochy danej množiny a plochy štvorca je podľa geometrickej pravdepodobnosti rovná pravdepodobnosti hľadanej v zadaní.

Príklady 2 – 6 riešte simuláciami. Vo všetkých zadaniach sa pod *náhodnou* voľbou bodov, čísel a pod. rozumie výber z rovnomerného rozdelenia na danej množine. V prípade výberu viacerých hodnôt sú tieto hodnoty nezávislé.

Príklad 2 (20 bodov). Zvoľte si rozmery štvorca a, b . Potom určte druhú mocninu vzdialenosti dvoch bodov, ktoré sú náhodne zvolené na jeho obvode.

Príklad 3 (20 bodov). Tyč dĺžky 200 cm sa náhodne rozlomí na kusy na troch miestach. Určte pravdepodobnosť, že vzdialenosť medzi niektorými bodmi zlomu je nanajvýš 10 cm.

Príklad 4 (20 bodov). Traja kolegovia prídu do jedálne na obed v náhodnom čase medzi 11:00 a 13:30 nezávisle od ostatných a v jedálni budú pol hodiny. Aká je pravdepodobnosť, že sa tam všetci traja stretnú (t. j. v niektorom okamihu budú všetci traja naraz v jedálni)?

Príklad 5 (20 bodov). Uvažujme situáciu z predchádzajúceho príkladu. Aká je pravdepodobnosť, že sa stretnú aspoň dvaja?

Príklad 6 (20 bodov). Čísla x, y sú zvolené nezávisle rovnomerne na intervale $(0, 1)$. Aká je pravdepodobnosť, že celé číslo, ktoré je najbližšie k podielu $\frac{x}{y}$, je párne?