

Metódy riešenia úloh z pravdepodobnosti a štatistiky
Domáca úloha 5, termín odovzdania: 29. 3. 2023 (začiatok cvičenia)

- Odovzdávanie: na papieri na začiatku cvičenia
- Ostatné poznámky zostávajú rovnaké ako v prvých domácich úlohách.

Príklad 1 (20 bodov). Vráťme sa k príkladu 6 z cvičenia (číslovanie podľa slajdov so zadaniami, teda príklad o nastavení výšky spoluúčasti). Predpokladajme, že namiesto pôvodných 25 percent sa požaduje všeobecná hodnota p (medzi 0 a 100), pričom zvyšok zadania zostane rovnaký. Vypočítajte príslušnú výšku spoluúčasti a nakreslite jej graf ako funkciu premennej p .

Poznámka: Na kontrolu môžete použiť otázky, na ktoré sa dá zodpovedať bez konkrétneho výpočtu: Ako musí závisieť získaná spoluúčasť od p – bude rastúca alebo klesajúca? Ako sa bude výška spoluúčasti správať v limitných prípadoch, keď p ide k nule a keď ide k hodnote 100?

Príklad 2 (20 bodov). Výška škody sa modeluje ako spojitá náhodná premenná s hustotou rovnou $2x$ na intervale $(0, 1)$, mimo tohto intervalu je hustota nulová. Vypočítajte spoluúčasť, ak je známe, že pravdepodobnosť toho, že platba poisťovne je menšia ako 0,5, sa rovná 0,64.

Poznámka: Ide znovu o príklad z aktuárskych skúšok, takže sú na výber možnosti (A) 0,1 (B) 0,3 (C) 0,4 (D) 0,6 (E) 0,8

Príklad 3 (20 bodov). Vráťme sa k príkladu 5 z cvičenia (číslovanie podľa slajdov so zadaniami, teda príklad o ohraničení na výšku platby). Poisťovňa chce zmeniť ohraničenie 10 na inú hodnotu tak, aby stredná hodnota vyplatenej sumy bola 1,5. Aké ohraničenie má zvoliť?

Príklad 4 – pomocné výpočty k nasledujúcemu cvičeniu, ich výsledok budeme využívať. (20 za každú distribučnú funkciu, spolu 40 bodov) Uvažujme náhodné premenné z príkladov 3 a 4 z cvičenia (číslovanie podľa slajdov so zadaniami, teda príklad o životnosti prístroja a príklad o platbách poisťovne). Odvodte distribučné funkcie týchto náhodných premenných.

Príklad 5 (20 bodov). Nech x je permutácia prirodzených čísel medzi 1 a n . Budeme hovoriť, že na i -tom mieste je lokálne maximum, ak platí

- $x[i] > x[i + 1]$ pre $i = 1$
- $x[i - 1] < x[i] > x[i + 1]$ pre i z množiny $\{2, 3, \dots, n - 1\}$
- $x[i - 1] < x[i]$ pre $i = n$

Napríklad ak $n = 5$, tak permutácia $(2, 1, 3, 5, 4)$ má lokálne maximá na prvom a štvrtom mieste. Vypočítajte strednú hodnotu počtu lokálnych maximí náhodne zvolenej permutácie prvých n prirodzených čísel (predpokladáme, že každá permutácia má rovnakú pravdepodobnosť výberu).