

Metódy riešenia úloh z pravdepodobnosti a štatistiky
Domáca úloha 6, termín odovzdania: 5. 4. 2023 (začiatok cvičenia)

- Odovzdávanie: mailom na adresu beata.ulohy@gmail.com s predmetom **metody - DU6 - meno**, kód v prílohe + výsledky v texte mailu
- Ostatné poznámky zostávajú rovnaké ako v prvých domácich úlohách.
- **Príklady riešte pomocou simulácií.** Pri otázke o rozdeleniach treba spraviť odhad na základe histogramu, prímeru a pod. Ide o známe rozdelenia, odpoveď má obsahovať typ rozdelenia a jeho parameter/parametre.

Príklad 1 (20 bodov). Janko Hraško počíta príklady na skúške. Zostávajú mu dva príklady a hodina času. Čas, ktorý potrebuje na vyriešenie každého z príkladov, má exponenciálne rozdelenie so strednou hodnotou 20 minút a tieto dva časy sú nezávislé. Aká je pravdepodobnosť, že stihne vyriešiť obidva príklady?

Príklad 2 (20 bodov). Náhodné premenné X , Y sú nezávislé a každá z nich má exponenciálne rozdelenie s tou istou strednou hodnotou. Zvoľte si niekoľko (2-3) hodnôt pre túto spoločnú strednú hodnotu náhodných premenných. Zistite, aké rozdelenie má náhodná premenná $\frac{X-Y}{X+Y}$.

Príklad 3 (20 bodov). Náhodné premenné Y_i sú nezávislé a majú rovnomerné rozdelenie na intervale $(0, 1)$. Zistite, aké rozdelenie bude mať X generované podľa nasledovného postupu:

Select a random number Y_1 , then another one Y_2 , etc., continuing as long as the numbers so far chosen form a decreasing sequence, i.e.,

$$Y_1 > Y_2 > \dots > Y_n < Y_{n+1}$$

As soon as a random number is drawn that exceeds its immediate predecessor, the process halts.

If n is even, forget the entire sequence of random numbers, call this experiment a failure, and repeat from the beginning.

If, however, n is odd then we're ready for output. The number X that will be output is just this: the integer part of X is the number of failures so far seen, and the fractional part of X is Y_1 , the largest (and first) member of the last decreasing sequence chosen.

For example, if we choose random numbers .63, .19, .37 we would record a failure and start again. If the second sequence is .44, .91 then we are ready for output, and the number that is selected by these events is $X = 1.44$.

Príklad 4 (20 bodov). Výška škody pri dopravnej nehode má normálne rozdelenie so strednou hodnotou 19 400 a štandardnou odchýlkou 5 000. Škody v jednotlivých nehodách sú nezávislé. Vyberieme náhodne údaje o 25 nehodách. Aká je pravdepodobnosť, že priemerná škoda bude vyššia ako 20 000?

Možnosti:

(A) 0.01 (B) 0.15 (C) 0.27 (D) 0.33 (E) 0.45

Príklad 5 (20 + 20 bodov). Rómeo a Júlia sa majú stretnúť o dvanástej. Obaja však notoricky meškajú, doba ich meškania má exponenciálne rozdelenie. Stredná hodnota meškania Rómea je 30 minút a Júlie 20 minút. Ich meškania sú nezávislé.

- a) **(20 bodov)** Aká je pravdepodobnosť, že Rómeo príde na stretnutie skôr?
- b) **(20 bodov)** Keď prídu na dohodnuté miesto a svojho partnera tam nenájdu, štvrt' hodiny čakajú a ak ani za ten čas neprídu, vrátia sa domov. Aká je pravdepodobnosť, že sa im podarí stretnúť?