

## Rovnomerné rozdelenie

Vo všetkých zadaniach sa pod *náhodnou* voľbou bodov, čísel a pod. rozumie výber z rovnomerného rozdelenia na danej množine. V prípade výberu viacerých hodnôt sú tieto hodnoty nezávislé.

1. Na úsečke AB sú náhodne zvolené body L a M. Aká je pravdepodobnosť, že bod L je bližšie k bodu M ako k bodu A?
2. Na úsečke dĺžky 1 sú náhodne zvolené dva body, ktoré úsečku rozdelia na tri časti. Aká je pravdepodobnosť, že žiadna z tých častí nebude dlhšia ako  $\frac{3}{4}$ ?
3. Romeo a Júlia sa majú stretnúť na dohodnutom mieste. Každý tam príde v náhodnom čase medzi jedenástou a dvanástou hodinou. Aká je pravdepodobnosť, že sa im podarí stretnúť, ak budú na seba čakať 10 minút?
4. Dva parníky prichádzajú do toho istého prístavu. Príjazdy sú rovnako možné počas celého dňa. Určte pravdepodobnosť, že jeden z parníkov bude musieť čakať na uvoľnenie prístavu, ak prvý parník stojí v prístave jednu hodinu a druhý dve hodiny?
5. Tyč dĺžky 200 cm sa náhodne rozlomí na kusy. Určte pravdepodobnosť, že niektorý z nich bude mať dĺžku nanajvyš 10 cm, ak je tyč rozložená
  - a. na dvoch miestach,
  - b. na troch miestach.
6. Na obvode štvorca so stranou 1 sú náhodne zvolené dva body. Určte strednú hodnotu druhej mocniny ich vzdialenosti.

## Kombinatorické úlohy: pokračovanie

Pri výbere objektov, čísel a pod. predpokladáme, že každý má rovnakú pravdepodobnosť výberu. V prípade, že robíme viac výberov, predpokladáme, že sú nezávislé.

1. V urne je 10 bielych, 15 čierna a 20 červených guličiek. Postupne sa po jednom vyberajú bez návratu. Určte pravdepodobnosť toho, že prvá biela gulička bude vytiahnutá skôr ako prvá čierna.
2. V dvoch urnách sú guličky. V prvej je 5 bielych, 11 čiernych a 8 červených. V druhej je 10 bielych, 8 čiernych a 6 červených. Z každej urny vytiahneme jednu guličku. Aká je pravdepodobnosť, že dve vytiahnuté guličky budú rovnakej farby?
3. Na guličkách sú napísané celé čísla od 1 do 10, hráči A a B hrajú pomocou nich nasledujúcu hru: Najskôr hráč A vytiahne náhodnú guličku. Ak je na nej číslo menšie ako 4, vyhráva. Ak nevyhrá, guličku vráti späť a na ťahu je hráč B. Ten tiež vytiahne náhodnú guličku a vyhráva, ak je na nej párne číslo. Ak nevyhrá, guličku vráti späť a pokračuje hráč A. Vytiahne náhodnú guličku a

vyhráva, ak je na nej číslo menšie ako 5. Ak nevyhrá, hra sa končí remízou. Určte pravdepodobnosti výhry pre hráčov A a B.

4. V urne je 5 guľičiek s číslami 1, 2, 3, 4, 5. Postupne sa z nej vytiahnu dve guľičky. Ak je prvá vytiahnutá guľička s číslom 1, nechá sa vonku. Inak sa pred výberom druhej guľičky vráti naspäť do urny a znovu sa ťahá zo všetkých piatich. Aká je pravdepodobnosť, že v druhom ťahu bude vytiahnutá guľička s číslom 2?
5. V prístroji je 5 poistiek. Pri preťažení sa jedna poistka vypáli a nahradí sa novou. Každá z poistiek (stará aj nová) má v takejto situácii rovnakú pravdepodobnosť, že sa vypáli. Aká je stredná hodnota počtu preťažení, po ktorých bude vymenené všetky poistky?
6. Hráči A, B, C hrajú podľa nasledujúcich pravidiel:
  - Každéj partie sa zúčastňujú dvaja hráči.
  - Ten, ktorý prehral, prenecháva v nasledujúcej partii svoje miesto zostávajúcemu hráčovi. Víťaz pokračuje v hre aj v nasledujúcej partii.
  - Hra pokračuje, kým niektorý z hráčov nevyhrá dvakrát po sebe. Tento hráč potom vyhráva toľko, koľko sa odohralo partii.

Predpokladajme, že v každej partii má každý hráč rovnakú pravdepodobnosť výhry, remíza nemôže nastať. Určte strednú hodnotu výhry pre každého z hráčov.

7. Súťažné stretnutie dvoch šachistov sa riadi nasledovnými pravidlami:
  - Ak nastane remíza, hrá sa ďalšia hra. Jedno kolo sa teda končí víťazstvom jedného z hráčov, ktorý na základe toho získava bod.
  - Víťazom je ten hráč, ktorý ako prvý získa 4 body za podmienky, že druhý hráč má najviac 2 body.
  - Ak obaja hráči získajú 3 body, vyhráva ten, kto ako prvý získa 5 bodov.

Určte pravdepodobnosť výhry pre každého hráča, ak ich pravdepodobnosti, že získajú bod v jednom kole, sú v pomere 3:2.