

Metódy riešenia úloh z pravdepodobnosti a štatistiky

Domáca úloha 2, termín odovzdania: 5. 3. 2024 (na začiatku cvičenia)

- Riešenia sa odovzdávajú napísané na papieri (nie elektronicky).
- Pri riešení domácich úloh môžete v primeranej spolupracovať, ale výsledné riešenie musí napísať každý samostatne. Odpísané úlohy budú hodnotené 0 bodmi. Ak spoluprácu nebudem považovať za primeranú, zmení sa systém domácich úloh tak, že každý bude riešiť iné zadania.
- **„Plný počet“ bodov za domácu úlohu je 60**, môžete však získať aj viac ako 60 bodov. Do výpočtu priemeru sa počítajú všetky získané body. „Plný počet“ sa chápe v tom zmysle, že „plný počet“ z každej úlohy + bezchybná písomka = 100 bodov

Príklad 1. Predpokladajme, že príklady 5 a 6 zo sady o kombinatorickej pravdepodobnosti sa odohrávajú na planéte, ktorej rok má 42 dní. Ostatné predpoklady zostávajú.

- a) **(20 bodov)** Koľko zamestnancov má zamestnať firma v príklade 5, aby sa maximalizoval očakávaný počet odpracovaných človekodní?
- b) **(20 bodov)** V príklade 6 sa obyvateľ tejto planéty rozhoduje, koľko má pred seba pustiť návštevníkov kina, aby maximalizoval pravdepodobnosť toho, že dostane zadarmo lístok na sci-fi film odohrávajúci sa v ďalekej Slnecnej sústave. Čo má spraviť?

Príklad 2 (20 bodov). Vyriešte modifikáciu prvého príkladu z cvičenia o podmienenej pravdepodobnosti, v ktorej je na krčme namiesto nápisu HAPPY HOUR jej názov ANAKONDA. Odlepovanie a prilepovanie písmen prebieha rovnako ako v pôvodnom zadaní.

Príklad 3 (20 bodov). Uvažujme nasledovné pokračovanie príkladu o podmienenej pravdepodobnosti a taxíkoch: Našiel sa svedok nehody, ktorý tiež tvrdí, že taxík bol modrej farby. Predpokladáme, že jeho vnímanie farby je nezávislé od vnímania farby človekom, ktorého auto zrazilo. Čomu sa teraz rovná pravdepodobnosť, že taxík bol modrej farby?

Príklad 4 (20 bodov). Ste v skupine n hráčov, ktorí budú rozdelení do dvoch družstiev. Rozdelenie prebieha nasledovne:

- Najskôr sa náhodne zvolí veľkosť družstva A. Je to s rovnakou pravdepodobnosťou každé z čísel $1, 2, \dots, n-1$.
- V druhom kroku sa spomedzi hráčov náhodne vyberie družstvo A s veľkosťou určenou v predchádzajúcom bode. Výber každej množiny hráčov s danou veľkosťou má rovnakú pravdepodobnosť.
- Zostávajúci hráči budú tvoriť družstvo B.

Aká je pravdepodobnosť, že budete v družstve, v ktorom je k hráčov?

Príklad 5 (20 bodov). V situácii z predchádzajúceho príkladu sa v každom družstve náhodne vyberie kapitán. Každý člen družstva má pritom rovnakú pravdepodobnosť, že bude kapitánom. Dozvedeli ste sa, že ste sa stali kapitánom. Aká je pravdepodobnosť, že ste kapitánom v družstve, v ktorom je k hráčov? (Poznámka: Je to podmienená pravdepodobnosť, ktorá nie je zhodná s nepodmienenou pravdepodobnosťou v predchádzajúcom príklade).