

Kombinatorická pravdepodobnosť

Beáta Stehlíková, FMFI UK v Bratislave

1-PMA-752 Metódy riešenia úloh z pravdepodobnosti a štatistiky

Príklad 1: Súťaž o zelené kura

- ▶ Matematická súťaž **Green Chicken Contest** medzi Williams College a Middlebury College v USA.
- ▶ Putovná cena pre víťaza.
- ▶ Vyriešime jeden z príkladov:



Zadanie: *Show that it is impossible to weight two coins so that the probability of the three outcomes, two heads, a tail and a head, or two tails are all equally likely.*

Poznámky:

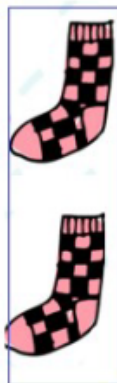
- ▶ Pre ľubovoľné $p \in (0, 1)$ vieme vyrobiť mincu, pre ktorú bude pravdepodobnosť padnutia hlavy práve p .
- ▶ *Weight a coin* znamená určiť toto p .

Príklad 2: Príklad o ponožkách

- ▶ Máme n párov ponožiek. Zamiešame ich a vyberáme ich postupne bez toho, aby sme sa na ne pozerali.
- ▶ Ak vyberieme ponožku, ktorej pár sme už vybrali predtým, odložíme ich nabok.
- ▶ **Otázka A:** Aká je stredná hodnota počtu nájdených párov po tom, čo sme vybrali k ponožiek?
- ▶ **Otázka B:** Aká je pravdepodobnosť, že po tom, čo sme vybrali k ponožiek, máme práve m párov?



- Návod k otázke A: Označme X_i náhodnú premennú, ktorá vyjadruje, či sme i -ty pár vybrali (vtedy sa rovná jednej) alebo nie (vtedy sa rovná nule).



pár 1



pár 2



pár 3



atď.

..

Príklad 3: Americkí prezidenti

- ▶ Marilyn vos Savant – istý čas v Guinessovej knihe rekordov ako človek s najvyšším IQ.
- ▶ **Rubrika Ask Marilyn** – odpovede na rôzne otázky.



marilynvossavant.com

[> home](#) [> ask a question](#) [> discussions](#) [> about marilyn](#) [> idea box](#)

Marilyn would love to hear from you!

To send her a question or comment, fill out the form on the right, then click "Submit."

Ask a Question

Name:*

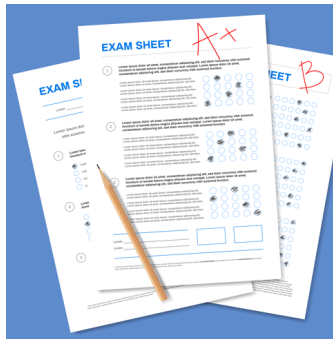
Email:*

- ▶ Medzi otázkami boli aj matematické úlohy, vyriešime jednu z nich:

A high school student who hadn't opened his American history book in weeks was dismayed to walk into class and be greeted with a pop quiz. It was in the form of two lists, one naming the 24 presidents in office during the 19th century in alphabetical order and another list noting their terms in office, but scrambled. The object was to match the presidents with their terms. The completely clueless student had to guess every time. On average, how many did he guess correctly?

- ▶ Predpokladajme, že jeho tipovanie odpovedí vyzerali tak, že každému prezidentovi priradil iné obdobie a každé takéto priradenie má rovnakú pravdepodobnosť.
- ▶ V domácej úlohe bude iný prístup k tipovaniu odpovedí.

Príklad 4: Hľadanie písomiek (zákon schválnosti v praxi)



- ▶ Písomku písalo 20 študentov, opravené písomky sú v náhodnom poradí.
- ▶ Traja študenti si prišli pozrieť svoju písomku.
- ▶ Postupne berú do ruky opravené písomky, až kým nenájdu všetky tri hľadané písomky.
- ▶ Aká je pravdepodobnosť, že posledná hľadaná písomka bola na k -tom mieste? Ktorá hodnota k má najväčšiu pravdepodobnosť?

Príklad 5: Oslavy narodenín



- ▶ V istej firme sa pracuje každý deň v roku s výnimkou dní, v ktorých má niektorý zamestnanec narodeniny. Vtedy celá firma oslavuje a nepracuje sa.
- ▶ Pre jednoduchosť zanedbajme priestupné roky (každý rok má teda 365 dní) a predpokladajme, že narodeniny majú počas roka rovnomerné rozdelenie a že firma nemá pred prijatím zamestnanca informáciu o dni jeho narodenia.
- ▶ Koľko zamestnancov má mať firma, aby maximalizovala očakávaný počet odpracovaných človekodní počas roka?

Príklad 6: Lístok do kina zadarmo

- ▶ Kino zaviedlo akciu: Pri predaji lístkov sa zaznamenávajú dátumy narodenia. Prvý človek, ktorého dátum narodenia sa zhoduje s niektorým z predchádzajúcich, dostane lístok zadarmo.
- ▶ Znovu zanedbajme priestupné roky (každý rok má teda 365 dní), predpokladajme, že narodeniny majú počas roka rovnomerné rozdelenie a že dátumy jednotlivých ľudí sú nezávislé.
- ▶ Koľko ľudí máme pustiť pred seba do radu, aby sme maximalizovali pravdepodobnosť, že získame lístok zadarmo?