

Kombinatorická pravdepodobnosť

1. V lotérii sa losuje 5 čísel z 35. Vypočítajte pravdepodobnosť, že medzi vytiahnutými číslami bude dvojica susedných čísel.
2. Polícia prijala 100 policajtiiek. Tým, ktoré zostanú v polícii až do dôchodku, mesto vyplatí určitú sumu. Ak budú v čase odchodu do dôchodku vydaté, takú istú sumu dostane aj manžel. Predpokladáme, že je známe:
 - Pravdepodobnosť toho, že policajтка zostane na polícii do dôchodku, je 0.4
 - Za predpokladu, že dostane do dôchodku, pravdepodobnosť toho, že v tom čase nebude vydatá, je 0.25.
 - Nezávislosť obidvoch veličín (zostane do dôchodku, bude vydatá) pre jednotlivé policajtky

Zaujímá nás počet výplat dohodnutej sumy (policajtkám a ich manželom). Aká je pravdepodobnosť, že ich nebude viac ako 90?

Možnosti: (A) 0.60 (B) 0.67 (C) 0.75 (D) 0.93 (E) 0.99

Ďalšie príklady: Príklady 4 (robili sme len strednú hodnotu), 5, 6, 7, 8, 9 z

<http://www.iam.fmph.uniba.sk/institute/stehlikova/metody25/zadania/cv01.html>

Spojité pravdepodobnostné rozdelenia

1. Výška škody pri dopravnej nehode má normálne rozdelenie so strednou hodnotou 19 400 a štandardnou odchýlkou 5 000. Škody v jednotlivých nehodách sú nezávislé. Vyberieme náhodne údaje o 25 nehodách. Aká je pravdepodobnosť, že priemerná škoda bude vyššia ako 20 000?
Možnosti:
(A) 0.01 (B) 0.15 (C) 0.27 (D) 0.33 (E) 0.45
2. Janko Hraško počíta príklady na skúške. Zostávajú mu dva príklady a hodina času. Čas, ktorý potrebuje na vyriešenie každého z príkladov, má exponenciálne rozdelenie so strednou hodnotou 20 minút a tieto dva časy sú nezávislé. Aká je pravdepodobnosť, že stihne vyriešiť obidva príklady?
3. Náhodné premenné X , Y sú nezávislé a každá z nich má exponenciálne rozdelenie s tou istou strednou hodnotou. Zvoľte si niekoľko (2-3) hodnôt pre túto spoločnú strednú hodnotu náhodných premenných. Zistite (t. j. vyslovte na základe simulácií hypotézu), aké rozdelenie má náhodná premenná $\frac{X-Y}{X+Y}$.
4. Náhodné premenné Y_i sú nezávislé a majú rovnomerné rozdelenie na intervale (0, 1). Zistite (t. j. vyslovte na základe simulácií hypotézu), aké rozdelenie bude mať X generované podľa nasledovného postupu:

Select a random number Y_1 , then another one Y_2 , etc., continuing as long as the numbers so far chosen form a decreasing sequence, i.e.,

$$Y_1 > Y_2 > \dots > Y_n > Y_{n+1}$$

As soon as a random number is drawn that exceeds its immediate predecessor, the process halts.

If n is even, forget the entire sequence of random numbers, call this experiment a failure, and repeat from the beginning.

If, however, n is odd then we're ready for output. The number X that will be output is just this: the integer part of X is the number of failures so far seen, and the fractional part of X is Y_1 , the largest (and first) member of the last decreasing sequence chosen.

For example, if we choose random numbers .63, .19, .37 we would record a failure and start again. If the second sequence is .44, .91 then we are ready for output, and the number that is selected by these events is $X = 1.44$.

5. Vek poistencov sa udáva zaokrúhlený na 5 rokov. Vieme, že rozdiely medzi presným a zaokrúhleným vekom majú rovnomerné rozdelenie na intervale $(-2.5, 2.5)$ a pre jednotlivých poistencov sú nezávislé. Zo 48 náhodne vybraných údajov sa vypočíta priemerný vek. Aká je pravdepodobnosť, že sa od skutočného priemerného veku týchto poistencov líši menej ako o štvrt' roka?

Možnosti: (A) 0.14 (B) 0.38 (C) 0.57 (D) 0.77 (E) 0.88

6. Poistné plnenia pre určité zdravotné poistenie sú nezávislé s exponenciálnym rozdelením so strednou hodnotou 1000. Výška poistného je o 100 vyššia ako očakávaná hodnota poistného plnenia. Uzavretých bolo 100 poistení. Aká je pravdepodobnosť, že výdavky poisťovne budú vyššie ako príjmy?

Možnosti: (A) 0.001 (B) 0.159 (C) 0.333 (D) 0.407 (E) 0.460

Ďalšie príklady:

<http://www.iam.fmph.uniba.sk/institute/stehlikova/metody25/zadania/cv02.html> (robili sme len prvý príklad o rovnomernom rozdelení)