

Vzorová písomka

MENO:

- Píšte iba výsledky, resp. odpovede (nie postup, použitý kód a pod.).
- Ak nie je otázka položená inak, výsledkom je číselná hodnota. Za správnu odpoveď sa považuje taká, ktorá má v porovnaní s presným výsledkom relatívnu chybu menšiu ako 3 percentá. To znamená, že ak je správna odpoveď 0.15, uznávajú sa odpovede medzi $0.15 \times 0.97 = 0.1455$ a $0.15 \times 1.03 = 0.1545$.
- Ak je odpoveďou na otázku pravdepodobnostné rozdelenie, treba uviesť aj jeho parametre (teda nie napríklad "normálne rozdelenie", ale "normálne rozdelenie so strednou hodnotou 0 a disperziou 2").
- Za každú správnu odpoveď je 10 bodov. Prakticky to znamená, že každá správna odpoveď zlepšuje doteraz získanú známku o jeden stupeň.
- Zadania sú na nasledujúcej strane, odpovede píšete na vyznačené miesto.

Zadanie	Odpoveď
Náhodne vyberieme dve kocky domina. Aká je pravdepodobnosť, že sa budú dať k sebe priložiť v súlade s pravidlami hry? <i>Domino je hra, ktorá sa hrá s obdĺžnikovými kameňmi, nazývanými aj kocky. Každá kocka domina je rozdelená na dve štvorcové polia, pričom každé pole má na sebe vyznačený počet bodiek od 0 do 6. Súprava štandardného domina obsahuje 28 kociek, ktoré pokrývajú všetky možné kombinácie dvoch čísel od 0 do 6.</i>   <i>Vľavo: Všetky kocky domina. Vpravo: Prikladanie kociek.</i>	
Náhodne vyberieme číslo a z množiny $\{1, 2, \dots, N\}$. Nájdite limitu p_N pre $N \rightarrow \infty$, kde p_N je pravdepodobnosť, že $a^2 - 1$ je deliteľné 10.	
Čísla X a Y sú náhodne vybrané z množiny prirodzených čísel $\{1, 2, \dots, 1000\}$ s návratom. Usporiadajte podľa veľkosti od najmenej po najväčšiu pravdepodobnosti: • $p = \mathbb{P}(X^4 - Y^2 \text{ je deliteľné } 2)$, • $q = \mathbb{P}(X^4 - Y^2 \text{ je deliteľné } 3)$, • $r = \mathbb{P}(X^4 - Y^2 \text{ je deliteľné } 5)$.	
Tikety v lotérii sú očíslované číslami od 1 do 999 999. Zapísané sú v tvare šesťcifereného čísla s prípadnými nulami na začiatku, teda napríklad tiket s číslom 123 je označený ako 000123. Kúpili sme si jeden náhodný tiket. Aká je pravdepodobnosť, že súčet prvých troch číslic jeho čísla je rovnaký ako súčet posledných troch číslic?	
Uvažujme lotériu z predchádzajúceho zadania. Kúpili sme si päť tiketov s po sebe idúcimi číslami. Aká je pravdepodobnosť, že číslo aspoň jedného tiketu má tú vlastnosť, že súčet prvých troch číslic jeho čísla je rovnaký ako súčet posledných troch číslic?	
Náhodné premenné $X_1, X_2, \dots$ sú nezávislé a rovnomerne rozdelené na intervale $(0, 1)$. Náhodná premenná Y sa rovná najmenej hodnote k, pre ktorú súčet $X_1 + X_2 + \dots + X_k$ prekročí jednotku. Nájdite $\mathbb{E}(Y)$.	
Strieľame na cieľ. Vzdialenosť od cieľa v okamihu výstrelu má rovnomerné rozdelenie medzi 100 a 200 metrami. Ak je vzdialenosť od cieľa pri streľbe D metrov, pravdepodobnosť zásahu je $3000/D^2$. Aká je pravdepodobnosť, že zasiahneme cieľ?	
Nájdite limitné rozdelenie náhodnej premennej Y_n pre $n \rightarrow \infty$, ktorá je definovaná ako $Y_n = n \min(X_1, \dots, X_n),$ kde $X_1, X_2, \dots, X_n$ sú nezávislé náhodné premenné s rovnomerným rozdelením na intervale $(0, 1)$.	