

PaŠ pre informatikov (cv 04)

Beáta Stehlíková, FMFI UK Bratislava

Príklad 1: Poissonovo rozdelenie – modelovanie zriedkavých udalostí

- Sledujeme meteory (“padajúce hviezdy”). Podľa štatistík z predchádzajúcich rokov môžeme vidieť v priemere jednu padajúcu hviezdu za minútu. Aká je pravdepodobnosť, že počas piatich minút budeme vidieť práve jednu?
- Počas 250 pracovných dní, kedy pošta vyberá poštové schránky, v nich bolo 520 listov bez úplnej adresy. Aká je pravdepodobnosť, že v náhodne zvolený deň
 - nebol bez úplnej adresy ani jeden list?
 - boli takéto listy viac ako tri?
- Stedná hodnota počtu gólov strelených domácimi je 3, hosťami 4. Predpokladajme, že tieto počty sú nezávislé. Ktorý výsledok má väčšiu pravdepodobnosť – 2:2 alebo 4:3?

Príklad 2: Nezávislosť diskretných náhodných premenných

- Nezávislosť diskretných náhodných premenných:

$$\mathbb{P}(X = x_i, Y = y_j) = \mathbb{P}(X = x_i) \mathbb{P}(Y = y_j) \quad \forall x_i, y_j$$

- To, že **X, Y** nie sú nezávislé, sa dá niekedy dokázať tak, že nájdeme také hodnoty **x, y**, že
 - **X = x** môže nastať (nepotrebujeme konkrétnu pravdepodobnosť, iba to, že je to možné)
 - **Y = y** môže nastať (nepotrebujeme konkrétnu pravdepodobnosť, iba to, že je to možné)
 - **X = x a súčasne Y = y** nemôže nastať

Potom je ľavá strana nulová a pravá strana nenulová – nemôžu sa rovnať

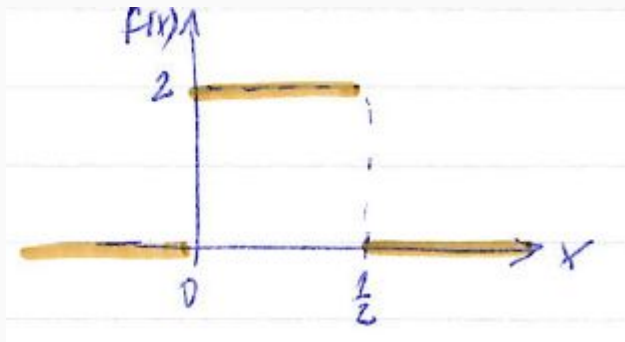
- Hádžeme dvakrát kockou. **X** = menšie číslo, **Y** = väčšie číslo
- Hádžeme desaťkrát mincou. **X** = počet hláv, **Y** = počet znakov
- Hádžeme dvakrát kockou. **X** = súčet čísel, **Y** = rozdiel prvé mínus druhé číslo

Príklad 3: Stredná hodnota obsahu trojuholníka

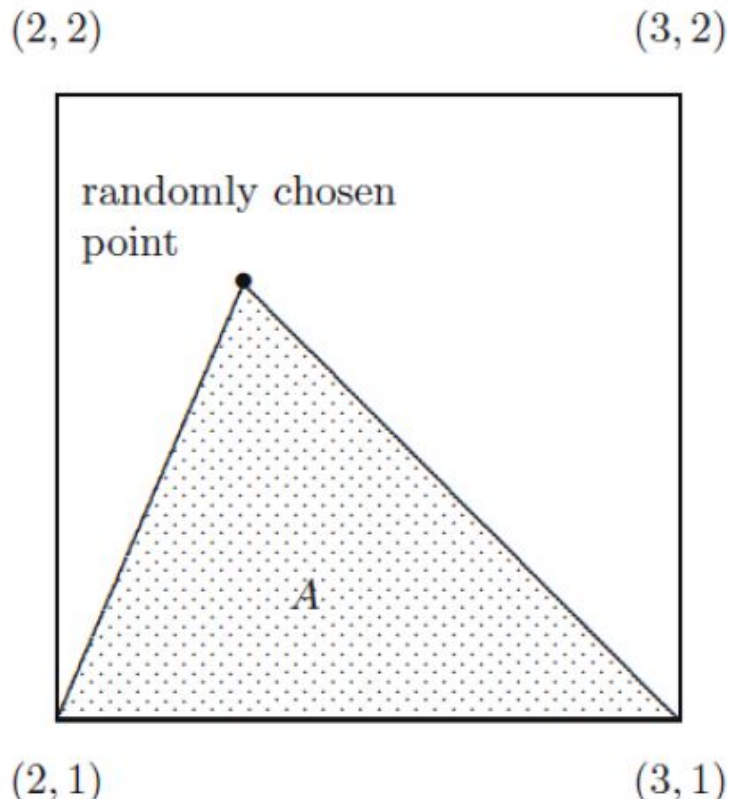
- Na prednáške sme odvodili hustotu obsahu štvorca pri náhodne volenom bode v štvorci:

$$f(x) = F'(x) = 2 \text{ pre } x \in (0, \frac{1}{2})$$

inde je $f(x) = 0$



- Nájdite jeho strednú hodnotu.



Príklad 4: Čakanie Romea a Júlie, výpočet disperzie

- Na prednáške sme z distribučnej funkcie odvodili hustotu čakania:

$$F(x) = 1 - \frac{(120-x)^2}{120^2} \quad \text{pre } x \in [0, 120]$$

$$\text{pre tieto } x \text{ je: } f(x) = F'(x) = - \frac{2 \cdot (120-x)}{120^2} \cdot (-1) = \frac{120-x}{120 \cdot 60}$$

$$\text{inde je } f(x) = 0$$

- Takisto sme vypočítali strednú hodnotu čakania (40 minút).
- Vypočítajte strednú hodnotu druhej mocniny čakania a použite ju na výpočet disperzie.

```
priemerne_cakanie_2mocnina = np.mean(cakanie**2)
print(f"{priemerne_cakanie_2mocnina:.4f}")
```

2397.9991

Príklad 5: Spojité náhodné premenné I.

Nech X je spojitá náhodná premenná s hustotou

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3}{4} & \text{pre } 0 \leq x \leq 1, \\ \frac{1}{4} & \text{pre } 2 \leq x \leq 3, \\ 0 & \text{inak.} \end{cases}$$

- Nakreslite graf funkcie f .
- Určte distribučnú funkciu F a nakreslite jej graf.

Príklad 6: Spojité náhodné premenné II.

Nech X je náhodná premenná, ktorá nadobúda hodnoty v intervale $[0, 1]$ a je definovaná distribučnou funkciou

$$F(x) = x^2 \quad \text{pre } 0 \leq x \leq 1.$$

Vypočítajte pravdepodobnosť

$$P\left(\frac{1}{2} < X \leq \frac{3}{4}\right).$$

Príklad 7: Spojité náhodné premenné III.

Nech X je spojitá náhodná premenná, ktorá nadobúda hodnoty v intervale $[0, 1]$, a jej distribučná funkcia F je daná ako

$$F(x) = 2x^2 - x^4 \quad \text{pre } 0 \leq x \leq 1.$$

a. Vypočítajte pravdepodobnosť

$$P\left(\frac{1}{4} \leq X \leq \frac{3}{4}\right).$$

b. Aká je hustota $f(x)$ náhodnej premennej X ?