

Pravdepodobnosť a štatistika pre informatikov 2025/26

Vzorová skúška

Príklad 1 (10 bodov) V určitej populácii je 45 percent mužov a 55 percent žien. Výšku nad 180 cm má 5 percent mužov 1 percento žien. Náhodne vybraná osoba má výšku nad 180 cm. S ako pravdepodobnosťou je to žena?

Príklad 2 (10 bodov). V športovej hale sa koná tréning lukostrelcov. Katniss trikrát vystrelí na lukom na terč. Výstrely sú nezávislé, pravdepodobnosť zásahu pri každom výstrele je 0,7. Odvodte distribučnú funkciu počtu zásahov do terča a nakreslite jej graf.

Príklad 3 (10 bodov). Alica sa prechádza po Krajine zázrakov. Stretla Bieleho kráľíka, ktorý jej prezradil, že možno uvidí lietajúce čajové šálky. Spýtala sa ho: „Koľko ich bude?“ On jej odpovedal: „Možno počas najbližších päť minút neuvidíš žiadnu. A má to dokonca s rovnakú pravdepodobnosť ako to, že uvidíš práve jednu.“ Predpokladajme, že počet lietajúcich šálok, ktoré Alica za päť minút uvidí, má Poissonovo rozdelenie. Aká je stredná hodnota tohto rozdelenia?

Príklad 4 (10 bodov). Janko Hraško čaká balík, ktorý si objednal. Dozvedel sa, že mu ho prinesie dron, ktorý príde medzi 1. a 10. hodinou doobeda, pričom čas príchodu má na tomto intervale rovnomerné rozdelenie. Janko Hraško sa na balík teší, ale neobetuje tomu spánok. Vie, že dron nechá balík na balkóne a ak sa to stane v noci, nájde si ho tam, keď vstane. Inak ho bude mať hneď v tom okmihu, keď dron s balíkom príde. Aký je očakávaný čas, v ktorom Janko Hraško bude mať v rukách svoj balík, ak bude spať ráno do šiestej?

Príklad 5 (10 bodov). Je známe, že hmotnosť jablka určitej odrody v gramoch má normálne rozdelenie so strednou hodnotou 150 a disperziou 400. Predávajú sa v balení po 15 kusov. Aká je pravdepodobnosť, že toto balenie bude vážiť menej ako 2 kilogramy? Výsledok vyjadrite pomocou distribučnej funkcie normalizovaného normálneho rozdelenia.

Príklad 6 (10 bodov). V spoločenskej hre sa používa „kocka“ v tvare štvorstenu, na jednotlivých stenách sú hodnoty 1, 2, 3, 4. Výrobca tvrdí, že čísla 1, 2, 3 padajú rovnako často, ale štvorka padá päťkrát častejšie ako každá zo zvyšných hodnôt. Rozhodli sme sa toto tvrdenie otestovať. Hodili sme štvorstenom 160 krát a zapísali sme si výsledky. Jednotka padla 17 krát, dvojka 23 krát, trojka 25 krát a štvorka 95 krát.

- Napíšte, akým testom by sme mohli tvrdenie výrobcu spoločenskej hry otestovať a vypočítajte hodnotu testovacej štatistiky.
- Pre aké hodnoty štatistiky sa hypotéza zamietne? Vyberte jednu z možností: veľmi malé, veľmi veľké alebo pre obidva tieto prípady. Prečo? Vysvetlite logiku tohto postupu, t. j. prečo sa používa práve táto možnosť.
- Aké je pravdepodobnostné rozdelenie štatistiky za platnosti nulovej hypotézy? Označme F distribučnú funkciu tohto rozdelenia. Napíšte pomocou nej postup, ako rozhodnúť o zamietnutí alebo nezamietnutí hypotézy. Musí ísť o postup, ktorý si vyžaduje len numericky vyčísliteľ vami zapísané hodnoty a overiť podmienku, ktorú ste zapísali (môžete písať napríklad vo forme pseudokódu).

Príklad 7 (10 bodov). Máme k dispozícii nasledovný výstup z Pythonu:

```
stats.ttest_1samp(data, popmean=50)

TtestResult(statistic=np.float64(0.43808582711518684),
pvalue=np.float64(0.666264137698654), df=np.int64(19))
```

Dáta uložené v `data` predstavujú hmotnosti čokolád v gramoch.

- Napíšte, aká hypotéza sa testovala a aká bola alternatívna hypotéza.
- Aké predpoklady má tento test? Akým spôsobom by ste overili ich splnenie pre naše dáta?
- Predpokladajme, že všetky potrebné predpoklady sú splnené. Aký je záver testu? Zamietame nulovú hypotézu alebo nie?

Poznámky:

- Numerické výsledky neupravujte, výsledky môžu zostať v tvare súčtov, zlomkov a pod.
- Nie sú povolené kalkulačky, iná elektronika, poznámky. K dispozícii je vzorcovník pre pravdepodobnosť (na konci riešených príkladov z pravdepodobnosti) a pre štatistiku (na konci riešených príkladov zo štatistiky - budú pridané na webstránku do konca decembra)