

CVIČENIE Z PDR  
ZIMNÝ SEMESTER 2008/2009

PRÍKLADY NA PRECVIČENIE - SEPARÁCIA PREMENNÝCH

1. Nájdite riešenie  $u(x, y)$  rovnice

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = xy^2 \quad \text{pre } (x, y) \in \Omega$$

$$u(x, y) = 0 \quad \text{pre } (x, y) \in \partial\Omega$$

kde  $\Omega = (0, 1) \times (0, 1)$

2. Nájdite riešenie  $u(x, t)$  rovnice

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad \text{pre } x \in (0, 1), t > 0,$$

$$u(0, t) = u(1, t) = 0 \quad \text{pre } t \in [0, 1]$$

$$u(x, 0) = x(1-x), \frac{\partial u}{\partial t}(x, 0) = 0 \quad \text{pre } x \in (0, 1)$$

3. Nájdite riešenie  $u(x, y)$  rovnice

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 1 \quad \text{pre } (x, y) \in \Omega$$

$$u(x, y) = \psi(x, y) \quad \text{pre } (x, y) \in \partial\Omega$$

kde  $\Omega = (0, 1) \times (0, 1)$ , funkcia  $\psi$  definovaná na  $\partial\Omega$  je po častiach lineárna a jej hodnoty v uzlových bodoch sú

$$\psi(0, 0) = 0, \psi(1, 0) = 1, \psi(0, 1) = 1, \psi(1, 1) = 3.$$