

## Domáca úloha 3 - 4mef1 (štvrtok)

### Nájdite integrály systémov ODR

1.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= x^2 + y^2, \\ \dot{y} &= xy. \end{aligned} \quad 4.$$

$$\begin{aligned} \dot{x} &= (y + z)^2, \\ \dot{y} &= -x(y + 2z), \\ \dot{z} &= xz. \end{aligned}$$

2. Na cvičení sme počítali integrály systému

$$\begin{aligned} \dot{x} &= z - y, \\ \dot{y} &= x - z, \\ \dot{z} &= y - x. \end{aligned} \quad 5.$$

a našli sme integrály  $I_1(x, y, z) = x + y + z$ ,  $I_2(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$ . Po nájdení  $I_1$  by sme mohli alternatívne pokračovať takto:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= z - y & / & (z + y) \\ \dot{y} &= x - z & / & (x + z) \\ \dot{z} &= y - x & / & (y + x) \end{aligned} \quad 6.$$

$$\begin{aligned} \dot{x} &= x^2, \\ \dot{y} &= xy^2, \\ \dot{z} &= y^2 z^3. \end{aligned}$$

Tak by sme dostali

$$\begin{aligned} \dot{x}(z + y) + \dot{y}(x + z) + \dot{z}(y + x) &= 0 \\ (\dot{x}z + \dot{z}x) + (\dot{x}y + \dot{y}x) + (\dot{y}z + \dot{z}y) &= 0 \\ (xz + xy + zy)' &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{x} &= 3xz, \\ \dot{y} &= 5yz, \\ \dot{z} &= x + 5y. \end{aligned}$$

a teda  $\tilde{I}_2(x, y, z) = xz + xy + zy$ . Prečo to nie je - popri  $I_1(x, y, z) = x + y + z$  a  $I_2 = x^2 + y^2 + z^2$  - ďalší nezávislý integrál? Inak povedané, ako z toho, že funkcie  $x + y + z$  a  $x^2 + y^2 + z^2$  sú konštantné na trajektóriách, vyplýva, že aj funkcia  $xz + xy + zy$  je konštantná?

3.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= 5x, \\ \dot{y} &= -3y, \\ \dot{z} &= x^2 + y^2. \end{aligned}$$