

Domáca úloha 3 - 4mef2 (utorok)

Nájdite integrály systémov ODR

1. (zadané na cvičení)

$$\begin{aligned}\dot{x} &= x^2 + y^2, \\ \dot{y} &= xy.\end{aligned}$$

5.

$$\begin{aligned}\dot{x} &= y^2, \\ \dot{y} &= xy, \\ \dot{z} &= x.\end{aligned}$$

2. Na cvičení sme počítali integrály systému

$$\begin{aligned}\dot{x} &= z, \\ \dot{y} &= 1, \\ \dot{z} &= 1.\end{aligned}$$

6.

$$\begin{aligned}\dot{x} &= xy, \\ \dot{y} &= x - 2z, \\ \dot{z} &= yz.\end{aligned}$$

a našli sme integrály $I_1(x, y, z) = y - z$, $I_2(x, y, z) = x - \frac{z^2}{2}$. Potom sme ukázali, ako iným postupom pomocou integrálu $I_1(x, y, z) = y - z$ a zadaného systému rovníc nájsť ďalší integrál v tvare $\tilde{I}_2(x, y, z) = x + \frac{y^2}{2} - yz$. Prečo to nie je - popri $I_1(x, y, z) = y - z$ a $I_2 = x - \frac{z^2}{2}$ - ďalší nezávislý integrál? Inak povedané, ako z toho, že funkcie $y - z$ a $x - \frac{z^2}{2}$ sú konštantné na trajektóriách, vyplýva, že aj funkcia $= x + \frac{y^2}{2} - yz$ je konštantná?

3.

$$\begin{aligned}\dot{x} &= 3x, \\ \dot{y} &= -2y, \\ \dot{z} &= x^2 + y^2.\end{aligned}$$

4.

$$\begin{aligned}\dot{x} &= (y + z)^2, \\ \dot{y} &= -x(y + 2z), \\ \dot{z} &= xz.\end{aligned}$$