Domáca úloha 5 - 4mef2 (štvrtok)

1. Nájdite riešenie rovnice vedenia tepla
$$\frac{\partial u}{\partial t} - a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0 \ \text{ pre } x \in \mathbb{R}, t > 0$$
so začiatočnou podmienkou
$$u_0(x) = e^{-x^2} \ \text{ pre } x \in \mathbb{R}.$$

2. Nech $u(x,t)$ je riešením rovnice vedenia tepla
$$\frac{\partial u}{\partial t} - a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0 \ \text{ pre } x \in \mathbb{R}, t > 0$$
so začiatočnou podmienkou
$$u_0(x) = e^{-|x|} \ \text{ pre } x \in \mathbb{R}.$$
Pre každé $t > 0$ nájdite hodnotu integrálu $\int_{-\infty}^{\infty} u(x,t)dx$.

3. Pre aké α, β má nehomogénna rovnica vedenia tepla
$$\frac{\partial u}{\partial t} - a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = x \ \text{ pre } x \in \mathbb{R}, t > 0$$
riešenie v tvare
$$u(x,t) = t^\alpha f\left(\frac{x}{t^\beta}\right)?$$

4. Nájdite riešenie rovnice vedenia tepla
$$\frac{\partial u}{\partial t} - a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0 \ \text{ pre } x \in \mathbb{R}, t > 0$$
so začiatočnou podmienkou
$$u_0(x) = e^{x} \ \text{ pre } x \in \mathbb{R}.$$