

Domáca úloha 4: 4mef1

1. Nájdite riešenie $u = u(x, y)$ rovnice

$$x \frac{\partial u}{\partial x} - 3y \frac{\partial u}{\partial y} = 0,$$

ktoré spĺňa podmienku $u(x, 1) = 1 + x^6$.

2. **Zákon zachovanie hmoty.** Predpokladajme, že čiastočky hmoty v \mathbb{R}^n sú unášané vektorovým poľom $v(x) = (v_1(x), \dots, v_n(x))$, kde $x \in \mathbb{R}^n$. Označme $\rho(t, x_1, \dots, x_n)$ hustotu hmoty v čase t v bode $x = (x_1, \dots, x_n)$. Potom z prednášky vieme¹, že funkcia ρ je riešením parciálnej diferenciálnej rovnice

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \sum_{i=1}^n \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho v_i) = 0.$$

Uvažujme teraz jednorozmerný prípad, v ktorom $v = 2$. Nájdite rozdelenie hustoty hmoty $\rho(x, t)$, ak jej rozdelenie v čase $t = 0$ je $\rho(x, 0) = e^{-x^2}$. Načrtnite graf riešenia pre niekoľko časov t .

¹v učebnici str. 11-15