

CVIČENIA Z PDR 2013/2014 - VZOROVÁ PÍ SOMKA 1

1. Nájdite riešenie $u = u(x_1, x_2, x_3)$ eliptickej parciálnej diferenciálnej rovnice

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial x_3^2} = (x_1 + x_2 + x_3)^2,$$

ktoré má tvar

$$u(x_1, x_2, x_3) = f(r),$$

kde $r = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}$.

2. Pomocou separácie premenných $u(x, y) = f(x) + g(y)$ nájdite riešenie rovnice

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \frac{\partial u}{\partial y} + x^2 = 0$$

a spravte skúšku, t.j. ukážte, že vami nájdená funkcia naozaj spĺňa zadanú parciálnu diferenciálnu rovnicu.

3. Nájdite riešenie $u = u(x, y)$ rovnice

$$x \frac{\partial u}{\partial x} + (x + y) \frac{\partial u}{\partial y} = u + 1,$$

ktoré spĺňa podmienku

$$u(x, 0) = x^2.$$

4. Nájdite všeobecné riešenie $u = u(x, y, z)$ rovnice

$$x(y - z) \frac{\partial u}{\partial x} + y(z - x) \frac{\partial u}{\partial y} + z(x - y) \frac{\partial u}{\partial z} = 0.$$