

Cvičenia z parciálnych diferencálnych rovníc

Vzorová písomka 1

Hodnotenie:

Každý príklad je za 3 body.

Upozornenie:

Na získanie čiastočného počtu bodov za príklad treba v riešení konkrétne pokročiť - napr. nájsť aspoň jeden z integrálov, dopracovať sa vyjadreniu integrálu systému pomocou integrálu zo zadanej funkcie (aj keď výpočet nie je dokončený) a pod. Nestačí len napísaný charakteristický systém a pokusy o hľadanie integrálov.

1. Pomocou separácie premenných $u(x, y) = f(x)g(y)$ nájdite riešenie rovnice

$$y^2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + x^2 \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 = (xyu)^2,$$

ktoré spĺňa $u(x, 0) = 3e^{\frac{1}{4}x^2}$.

2. Nájdite všeobecné riešenie $u(x, y)$ rovnice

$$(u - y)^2 \frac{\partial u}{\partial x} + xu \frac{\partial u}{\partial y} = xy.$$

3. Nájdite riešenie $u(x, y)$ rovnice

$$y \frac{\partial u}{\partial x} + xu \frac{\partial u}{\partial y} = yu,$$

ktoré vyhovuje podmienke $u(0, y) = -y^2$ a zapíšte ho v explicitnom tvare.

4. Nájdite všeobecné riešenie $u(x, y, z)$ rovnice

$$y \frac{\partial u}{\partial x} + x \frac{\partial u}{\partial y} + xy(x^2 - y^2) \frac{\partial u}{\partial z} = 0.$$