

VZOROVÁ PÍŠOMKA 2 Z PDR

1. Najdite riešenie $u(x,t)$ rovnice

(6 BODOV)

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \sin(2x) + 2x^2$$

$$x \in \mathbb{R}, t > 0$$

$$u(x,0) = 3x$$

$$x \in \mathbb{R}$$

2. Najdite riešenie $u(x,t)$ rovnice

(6 BODOV)

$$\frac{\partial u}{\partial t} - a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + u = \frac{\partial u}{\partial x}$$

$$x \in \mathbb{R}, t > 0$$

$$u(x,0) = e^x$$

$$x \in \mathbb{R}$$

3.

(6 BODOV)

Určte všetky hodnoty parametra $K \in \mathbb{R}$, pre ktoré platí:

Ak $u(x,t)$ je riešením rovnice

$$\frac{\partial u}{\partial t} - a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + K \frac{\partial u}{\partial x} = 0$$

$$x \in \mathbb{R}, t > 0$$

$$u(x,0) = u_0(x)$$

$$x \in \mathbb{R}$$

keď u_0 je integrovateľná funkcia, tak pre každé $t > 0$ platí

$$\int_{-\infty}^{\infty} u(x,t) dx = \int_{-\infty}^{\infty} u_0(x) dx$$

Svoje tvrdenie dokažte.

4. Nech $u(x,t)$ je riešením rovnice

$$\frac{\partial u}{\partial t} - a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0$$

$$x \in \mathbb{R}, t > 0$$

$$u(x,0) = u_0(x)$$

$$x \in \mathbb{R}$$

Dokážte, či sú tieto tvrdenia pravdivé a svoje tvrdenie dokažte:

(KAŽDÁ VLASTNOSŤ
2 BODY)

a) Ak je $u_0(x)$ párna, tak $u(x,t)$ je párna v x pre každé $t > 0$.

b) Ak je $u_0(x)$ v nejakom bode \bar{x} kladná, tak existuje pre každé $t > 0$ taký bod \bar{x} , že $u(\bar{x},t) > 0$.

c) Ak $u_0(x) \leq x^2$, tak $u(x,t) \leq x^2$ pre každé $t > 0$.