

PARCIÁLNE DIFERENCIÁLNE ROVNICE
DOMÁCA ÚLOHA 8

1. Nech $u(x, t)$ je riešenie rovnice

$$\begin{aligned}\frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} &= 0, \quad x \in \mathbb{R}, t > 0 \\ u(x, 0) &= \max(0, 1 - |x|), \quad x \in \mathbb{R}\end{aligned}$$

Pre každé $t > 0$ nájdite hodnotu integrálu $\int_{-\infty}^{\infty} u(x, t) dx$.

2. Nech $u(x, t)$ je riešenie rovnice

$$\begin{aligned}\frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} &= 0, \quad x \in \mathbb{R}, t > 0 \\ u(x, 0) &= u_0(x), \quad x \in \mathbb{R}\end{aligned}$$

Rozhodnite či platí tvrdenie:

Ak $u_0(x) \geq x^2$ pre každé x , tak aj $u(x, t) \geq x^2$ pre každé $t > 0$ a $x \in \mathbb{R}$.

Dokážte ho alebo nájdite kontrapríklad.