

PÍŠOMKA 2 Z PDR - VZOR

①

Najdite riešenie $u(x,t)$ rovnice

(5 BODOV)

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + u = e^{x-t} & , x \in \mathbb{R}, t > 0 \\ u(x,0) = \sin(x) - 3\cos(3x) & , x \in \mathbb{R} \end{cases}$$

②

Najdite riešenie $z(x,y)$ rovnice

(4 BODY)

$$\begin{cases} xy \frac{\partial z}{\partial x} - x^2 \frac{\partial z}{\partial y} = yz & xy \in \mathbb{R} \\ z(x,0) = x^3 & x \in \mathbb{R} \end{cases}$$

③

(2 BODY ZA
KAŽDÚ ČASŤ)

Majme funkciu $u(x,t)$, ktorá je riešením rovnice

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0 & , x \in \mathbb{R}, t > 0 \\ u(x,0) = (\sin x)^4 & , x \in \mathbb{R} \end{cases}$$

Rozhodnite, či sú nasledovné tvrdenia pravdivé a svoje tvrdenie dokažte:

- a) $u(k\pi, t) = 0$ pre každé $t > 0$ a každé celé číslo k
- b) $u(x,t)$ je párna funkcia premennej x pre $\forall t > 0$.
- c) $u(x,t)$ je periodická funkcia pre x pre $\forall t > 0$.

④

(5 BODOV)

Nech $u(x,t)$ je riešením rovnice $\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + K \frac{\partial u}{\partial x} = 0, x \in \mathbb{R}, t > 0 \\ u(x,0) = \max(1-x^2, 0), x \in \mathbb{R} \end{cases}$

kde $K \in \mathbb{R}$ je parameter. Určte všetky hodnoty parametra K (s dôkazom), pre ktoré platí:

$$\forall t > 0: \int_{-\infty}^{\infty} u(x,t) dx = \int_{-\infty}^{\infty} u(x,0) dx.$$