Cvičenia z parciálnych diferenciálnych rovníc
Domáca úloha 6

1. Nájdite riešenie $u = u(x, y)$ rovnice

$$(x^3 - 3xy^2)\frac{\partial u}{\partial x} + (3x^2y - y^3)\frac{\partial u}{\partial y} = 0$$

ktoré spĺňa podmienku

$$u(x, x) = x^2.$$

2. Nájdite riešenie $u = u(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ rovnice

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{\partial u}{\partial x_i} = 0$$

ktoré spĺňa podmienku

$$u(x_1, \ldots, x_{n-1}, 1) = \sum_{i=1}^{n-1} x_i.$$

3. Opakovanie:

   (a) **Utorok:** Nájdite všetky začiatočné podmienky $u_0(x)$, pre ktoré má rovnica vedenia tepla na priamke (t.j. $x \in (-\infty, \infty), t \in (0, \infty)$)

   $$\frac{\partial u}{\partial t} - a^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0, \;\; u(x, 0) = u_0(x)$$

   tvar $u(x, t) = u_0(x) + f(t)$

   (b) **Štvrtok:** Nájdite riešenie rovnice vedenia tepla na priamke (t.j. $x \in (-\infty, \infty), t \in (0, \infty)$) tak, že odhadnete tvar tohto riešenia

   $$\frac{\partial u}{\partial t} - a^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0, \;\; u(x, 0) = \sin(2x) - 3\sin(3x)$$