

Cvičenia z parciálnych diferenciálnych rovníc
Domáca úloha 10

Príklad 1

Nájdite riešenie parabolickej parciálnej diferenciálnej rovnice na priamke:

$$u_t - u_{xx} - u_x = 0, u(x, 0) = e^{\frac{x}{2}}$$

Príklad 2 (z písomky v r. 2014)

Nájdite riešenie nehomogénnej rovnice vedenia tepla na priamke:

$$u_t - u_{xx} = e^{-2t} \cos(4x), u(x, 0) = 2x$$

Príklad 3

Nech $u(x, t)$ je riešením rovnice $u_t - a^2 u_{xx} = 0$ pre $x \in \mathbb{R}, t > 0$ so začiatočnou podmienkou $u(x, 0) = |\sin x|$ pre $x \in \mathbb{R}$. Dokážte, že potom:

- $u(x, t)$ je pre každé $t > 0$ párna funkcia premennej x ,
- $u(x, t)$ je pre každé $t > 0$ periodická funkcia premennej x s periódou π ,
- $u(x, t) \in (0, 1)$ pre všetky $x \in \mathbb{R}, t > 0$.