

CVIČENIA Z PARCIÁLNYCH DIFERENCIÁLNYCH ROVNÍC
ZIMNÝ SEMESTER 2010/2011

DOMÁCA ÚLOHA 2
TERMÍN ODOVZDANIA: 2. 12. 2010

1. (1 bod) Nájdite riešenie $u(x, t)$ rovnice:

$$\frac{\partial u}{\partial t} - a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0, \quad x \in \mathbb{R}, t > 0,$$

$$u(x, 0) = e^x, \quad x \in \mathbb{R},$$

kde a je kladná konštanta.

2. (2 body) Nech $u(x, t)$ je riešením rovnice

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 3u = 0, \quad x \in \mathbb{R}, t > 0,$$

$$u(x, 0) = e^{-|x|}, \quad x \in \mathbb{R},$$

Definujme funkciu $F(t) = \int_{-\infty}^{\infty} u(x, t) dx$ pre každé $t > 0$. Dokážte, že

$$\lim_{t \rightarrow \infty} F(t) = 0.$$