

Písomka 1 z PDR - vzorová

Poznámka: Príklady 1, 2, 3 sú z minuročnej písomky.

1. **(4 body)** Nájdite všeobecné riešenie $u(x, y)$ rovnice

$$x^2 \frac{\partial u}{\partial x} + y^2 \frac{\partial u}{\partial y} = (x + y)u.$$

2. **(4 body)** Nájdite všeobecné riešenie $u(x, y)$ rovnice

$$(2x - 3y) \frac{\partial u}{\partial x} + (y - 2x) \frac{\partial u}{\partial y} = 0.$$

3. **(4 body)** Nájdite riešenie $u(x, y)$ rovnice

$$x(y^2 + u) \frac{\partial u}{\partial x} - y(x^2 + u) \frac{\partial u}{\partial y} = (x^2 - y^2)u,$$

ktoré spĺňa podmienku

$$u(x, -x) = 7.$$

4. **(3 body)** Pre prípad $n \geq 3$ nájdite všeobecné riešenie $u = u(x_1, \dots, x_n)$ parciálnej diferenciálnej rovnice

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2} + \dots + \frac{\partial^2 u}{\partial x_n^2} = 2021,$$

ktoré má tvar $u = f(r)$, kde $r = \sqrt{x_1^2 + \dots + x_n^2}$.