

Písomka 2 z PDR - vzorová

1. (4 body) Nájdite riešenie $u(x, t)$ rovnice

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = e^{-t-2x},$$

ktoré spĺňa podmienku

$$u(x, 0) = e^{3x}.$$

2. (4 body) Nájdite riešenie $u(x, t)$ rovnice

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial u}{\partial x} = e^{-t-2x},$$

ktoré spĺňa podmienku

$$u(x, 0) = e^{3x}.$$

3. (4 body) Nech $u(x, t)$ riešenie rovnice

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 3\frac{\partial u}{\partial x} - 2u = 0,$$

ktoré spĺňa podmienku

$$u(x, 0) = e^{-|x|}.$$

Nájdite pre každý čas $t > 0$ hodnotu integrálu $\int_{-\infty}^{\infty} u(x, t) dx$.

4. (3 body) Nech $u(x, t)$ riešenie rovnice

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = x^{123},$$

ktoré spĺňa podmienku

$$u(x, 0) = x^{321}.$$

Dokážte, že v každom čase $t > 0$ je riešenie $u(x, t)$ rastúcou funkciou premennej x .