

Príklady na precvičenie, cvičenie 6

2-EFM-107 Parciálne diferenciálne rovnice, 2024

7. novembra 2024

Príklady sa neodovzdávajú, je možné prísť so svojim pokusom/riešením na konzultácie.

LINEÁRNE A KVÁZILINEÁRNE PDR 1. RÁDU

Nájdite riešenie rovnice:

1. $xy^3 \frac{\partial z}{\partial x} + x^2 z^2 \frac{\partial z}{\partial y} = y^3 z$, graf $z = z(x, y)$ obsahuje krivku $x = -z^3, y = z^2$
2. všeobecné riešenie $u = u(x, y, z)$ rovnice $(x^3 + 3xy^2) \frac{\partial u}{\partial x} + 2y^3 \frac{\partial u}{\partial y} + 3y^2 z \frac{\partial u}{\partial z} = 0$
3. $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = u - x^2 - y^2, u(x, -2) = x - x^2$

ROVNICA VEDENIA TEPLA NA PRIAMKE

Vo všetkých príkladoch riešime rovnicu

$$\frac{\partial u}{\partial t} - a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0 \text{ pre } x \in \mathbb{R}, t > 0$$

so začiatočnou podmienkou

$$u(x, 0) = u_0(x) \text{ pre } x \in \mathbb{R}.$$

Nájdite riešenie pre nasledovné začiatočné podmienky

4. $u_0(x) = e^{-x^2}$
5. $u_0(x) = e^{-2x^2}$
6. $u_0(x) = 42$
7. $u_0(x) = (2x - 1)^2$
8. $u_0(x) = e^{1+3x}$
9. $u_0(x) = e^{-4x}$

V príkladoch 6-9 spravte skúšku (teda overte, či riešenie spĺňa zadanú rovnicu a začiatočnú podmienku).