

Príklady na precvičenie, cvičenie 8

2-EFM-107 Parciálne diferenciálne rovnice, 2024

27. novembra 2024

Príklady sa neodovzdávajú, je možné prísť so svojim pokusom/riešením na konzultácie.

ROVNICA VEDENIA TEPLA NA PRIAMKE: PRÍKLADY Z CVIČENIA

1. Nájdite riešenie rovnice

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 6\frac{\partial u}{\partial x} = 0 \text{ pre } x \in \mathbb{R}, t > 0$$

so začiatočnou podmienkou

$$u(x, 0) = e^{2x} \text{ pre } x \in \mathbb{R}.$$

2. Nech $u(x, t)$ je riešenie rovnice

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 6\frac{\partial u}{\partial x} = 0 \text{ pre } x \in \mathbb{R}, t > 0$$

so začiatočnou podmienkou

$$u(x, 0) = \max(0, 1 - x^2) \text{ pre } x \in \mathbb{R}.$$

Pre každý čas $t > 0$ nájdite hodnotu integrálu $\int_{-\infty}^{\infty} u(x, t) dx$.

3. Nájdite riešenie rovnice

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 2xt^3 \text{ pre } x \in \mathbb{R}, t > 0$$

so začiatočnou podmienkou

$$u(x, 0) = x^2 \text{ pre } x \in \mathbb{R}.$$

POKRAČOVANIE

4. Nech $u(x, t)$ je riešenie rovnice

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + A\frac{\partial u}{\partial x} + Bu = 0 \text{ pre } x \in \mathbb{R}, t > 0$$

so začiatočnou podmienkou

$$u(x, 0) = \max(0, 1 - x^2) \text{ pre } x \in \mathbb{R},$$

kde $A, B \in \mathbb{R}$ sú parametre. Pre $t > 0$ definujme funkciu

$$F(t) = \int_{-\infty}^{\infty} u(x, t) dx.$$

Nájdite príklad takých parametrov $A, B \in \mathbb{R}$, že funkcia $F(t)$ je rastúca.