

Písomka 2

2-EFM-107 Parciálne diferenciálne rovnice

Písomka je closed-book, bez poznámok, telefónov, smart hodínok a pod.

1. [4 body] Nájdite riešenie rovnice

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2u = e^{3x} \text{ pre } x \in \mathbb{R}, t > 0$$

so začiatočnou podmienkou

$$u(x, 0) = e^{-2x} \text{ pre } x \in \mathbb{R}.$$

2. [4 body] Nech $u(x, t)$ je riešenie rovnice

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{x^{2025}}{1 + 2025t} \text{ pre } x \in \mathbb{R}, t > 0$$

so začiatočnou podmienkou

$$u(x, 0) = x^{2025} \text{ pre } x \in \mathbb{R}.$$

Dokážte, že $u(x, t)$ je pre každé $t > 0$ rastúcou funkciou premennej x .

3. [4 body] Nech $u(x, t)$ je riešenie rovnice

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2u = 0 \text{ pre } x \in \mathbb{R}, t > 0$$

so začiatočnou podmienkou

$$u(x, 0) = e^{-\frac{|x|}{2024}} \text{ pre } x \in \mathbb{R}.$$

Nájdite hodnotou integrálu $\int_{-\infty}^{\infty} u(x, t) dx$ je pre každé $t > 0$.

4. [4 body] Nájdite riešenie rovnice

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0 \text{ pre } x \in \mathbb{R}, t > 0$$

so začiatočnou podmienkou

$$u(x, 0) = x^2 + \sin(2x) \text{ pre } x \in \mathbb{R}.$$

5. [4 body] Nájdite riešenie $u(x, t)$ rovnice

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 4\frac{\partial u}{\partial x} = 1 \text{ pre } x \in \mathbb{R}, t > 0$$

so začiatočnou podmienkou

$$u(x, 0) = e^{3x} \text{ pre } x \in \mathbb{R}.$$