

METÓDY RIEŠENIA ÚLOH Z PRAVEPODOBNOTI A ŠTATISTIKY, LS 2014/2015
VZOROVÁ PÍ SOMKA

1. Máme dve urny. V prvej sú 4 biele guľičky 6 čiernych, v druhej je 16 bielych a neznámy počet čiernych guľičiek. Z každej urny náhodne vyberieme jednu guľičku. Pravdepodobnosť, že obe budú rovnakej farby, je 0,44. Koľko čiernych guľičiek je v druhej urne?
2. V študovanej populácii je 50 percent nefajčiarov, 30 percent príležitostných fajčiarov a 20 percent pravidelných fajčiarov. Pravdepodobnosť, že počas nasledujúcich piatich rokov bude diagnostikovaná choroba súvisiaca so srdcom, je pre príležitostných fajčiarov dvakrát väčšia ako pre nefajčiarov, ale dvakrát menšia ako pre pravidelných fajčiarov. Istému človeku bola takáto choroba diagnostikovaná. Aká je pravdepodobnosť, že je pravidelný fajčiar?
3. Suma, ktorú zaplatí zdravotná poisťovňa, je súčtom dvoch náhodných zložiek, X a Y . Vieme, že ich disperzie sú $\mathbb{D}[X] = 5\,000$, $\mathbb{D}[Y] = 10\,000$ a disperzia celkovej sumy je $\mathbb{D}[X + Y] = 17\,000$. Poisťovňa prijala nové pravidlá a zvýšila platby nasledovne: prvá zložka X sa zvýši o konštantnú sumu 100 a druhá zložka Y sa zvýši o 10 percent. Aká je disperzia vyplatenej sumy po tejto úprave?
4. V čase $t = 0$ bola zverejnená na internete domáca úloha a termín jej odovzdania je $t = 2$, pričom t je čas v týždňoch od zverejnenia úlohy. Náhodný čas, v ktorom si študent stiahne úlohu označme X a čas, v ktorom ju odošle mailom vyučujúcemu ako Y (prirodzene musí platiť, že $0 < X < Y < 2$). Z predchádzajúcich školských rokov je známe, že združená hustota náhodného vektora (X, Y) je

$$f(x, y) = \frac{1}{2}(2 - x)(2 - y) \quad \text{pre } 0 < x < y < 2$$

a 0 inak.

- (a) Nájdite pravdepodobnostné rozdelenie času odovzdania úlohy, ak si študent stiahol zadanie v čase x .
- (b) Predpokladajme, že študent si úlohu stiahol v polovici prvého týždňa. Vypočítajte strednú hodnotu času, v ktorom úlohu odovzdá.
- (c) Aká je pravdepodobnosť, že študent odovzdá úlohu až počas druhého týždňa, ak si ju stiahol hneď, ako bola zverejnená?