

K príkladu o akciách a kovariancii (PrSt05.pdf, príklad 6)

Metódy riešenia úloh
z pravdepodobnosti a štatistiky



www.iam.fmph.uniba.sk/institute/stehlikova

Na cvičení: výpočet kovariancie

Príklad 6: Ceny akcií (SOA)

- X, Y – ceny dvoch akcií o 5 rokov
- Rozdelenie X je rovnomerné na intervale $(0, 12)$.
- Pri danom $X=x$ je rozdelenie Y rovnomerné na $(0, x)$.
- Vypočítajte kovarianciu $\text{cov}(X, Y)$

(A) 0 (B) 4 (C) 6 (D) 12 (E) 24

www.free-power-point-templates.com

- Príklad z cvičenia o výpočte kovariancie cien akcií
- Otázka: o čom nám to hovorí, že kovariancia je 6?
- Interpretáciu má **korelácia**



Korelácia náhodných premenných

- Korelácia náhodných premenných:
 - Definícia:

$$\text{cor}(X, Y) = \frac{\text{cov}(X, Y)}{\sigma_X \sigma_Y} = \frac{E[(X - \mu_X)(Y - \mu_Y)]}{\sigma_X \sigma_Y}$$

- Hodnoty medzi -1 a 1
- Meria silu lineárnej závislosti

- Výberová korelácia z dát:

$$\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}$$



Akcie: príklad z cvičenia

- Vygenerujeme hodnoty akcií:
 - X: rovnomerné na (0, 12)
 - Y: pri danom X=x rovnormerné na (0,x)

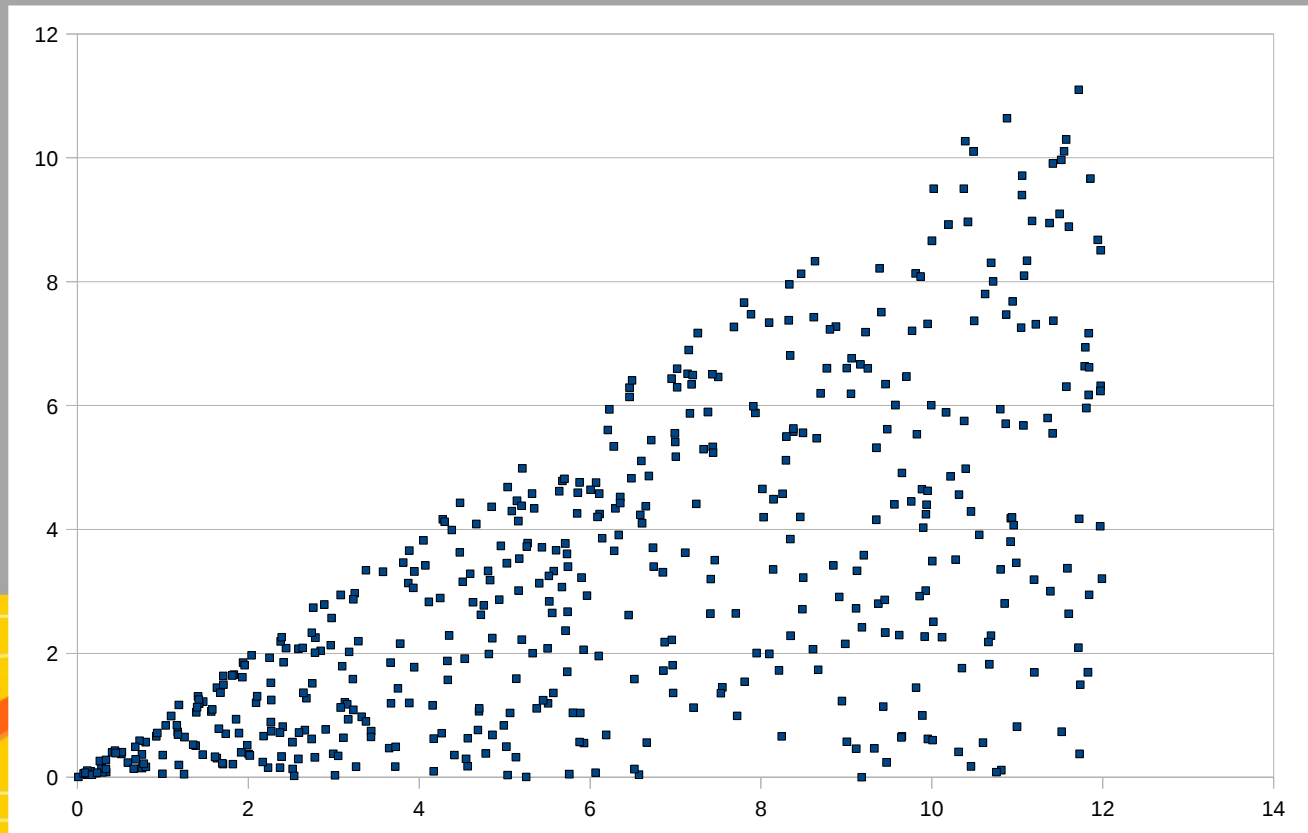
	A	B
1	X	Y
2	=12*RAND()	5,55
3	7,5	6,46
4	11,73	0,38
5	7,55	1,45
6	8,88	7,28
7	11,17	8,98
8	8,34	6,81
9	1,99	0,52

A	B
X	Y
6,99	=A2*RAND()
7,5	6,46
11,73	0,38
7,55	1,45
8,88	7,28
11,17	8,98
8,34	6,81
1,99	0,52



Akcie: príklad z cvičenia

- Vygenerujeme hodnoty akcií:



Akcie: príklad z cvičenia

- Vygenerujeme hodnoty akcií:
 - Odhadneme ich koreláciu pomocou výberovej korelácie

	A	B	C
X		Y	cor(X,Y)
6,99		5,55	0,65
7,5		6,46	
11,73		0,38	
7,55		1,45	
8,88		7,28	
11,17		8,98	

- Presná hodnota:

$$\text{cor}(X, Y) = \frac{\text{cov}(X, Y)}{\sigma_X \sigma_Y}$$

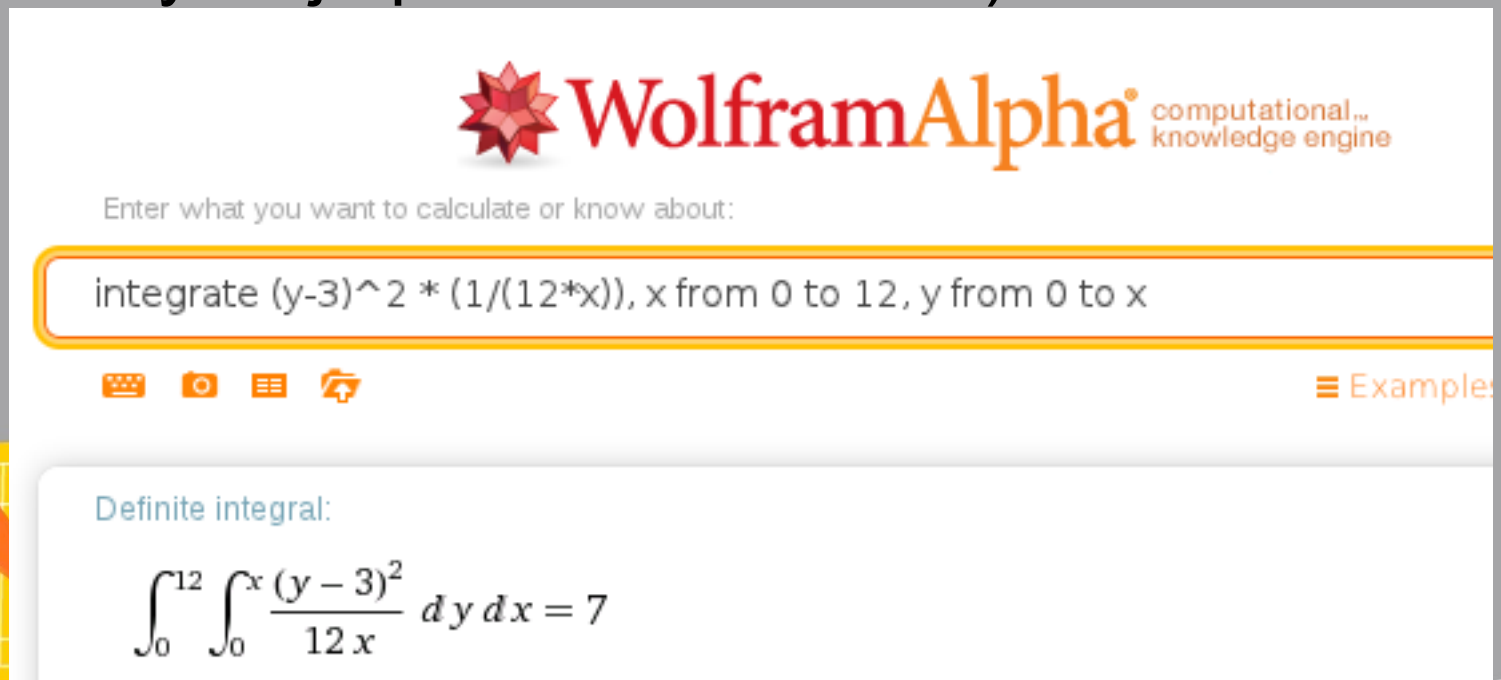
6 (z cvičenia)

sqrt(12)
z vlastností rovn. rozd.



Akcie: príklad z cvičenia

- Výpočet štandardnej odchýlky Y
 - Disperzia pomocou integrálu (štandardná odchýlka je potom odmocnina):



The screenshot shows the WolframAlpha interface. At the top is the WolframAlpha logo with the tagline "computational... knowledge engine". Below the logo is a text input field containing the query: "integrate (y-3)^2 * (1/(12*x)), x from 0 to 12, y from 0 to x". Below the input field are several icons for calculator, camera, list, and share. To the right of these icons is a link labeled "Examples". Below the input field, the result is displayed as "Definite integral:" followed by the mathematical equation:
$$\int_0^{12} \int_0^x \frac{(y-3)^2}{12x} dy dx = 7$$



Akcie: príklad z cvičenia

- Výpočet korelácie:

```
(%i1) 6/(sqrt(12)*sqrt(7));  
(%o1)  $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$   
  
(%i2) float(%), numer;  
(%o2) .6546536707079771
```

- Pre porovnanie výberová korelácia:

	A	B	C
	X	Y	cor(X,Y)
	6,99	5,55	0,65
	7,5	6,46	
	11,73	0,38	
	7,55	1,45	
	8,88	7,28	
	11,17	8,98	



Akcie: modifikovaný príklad

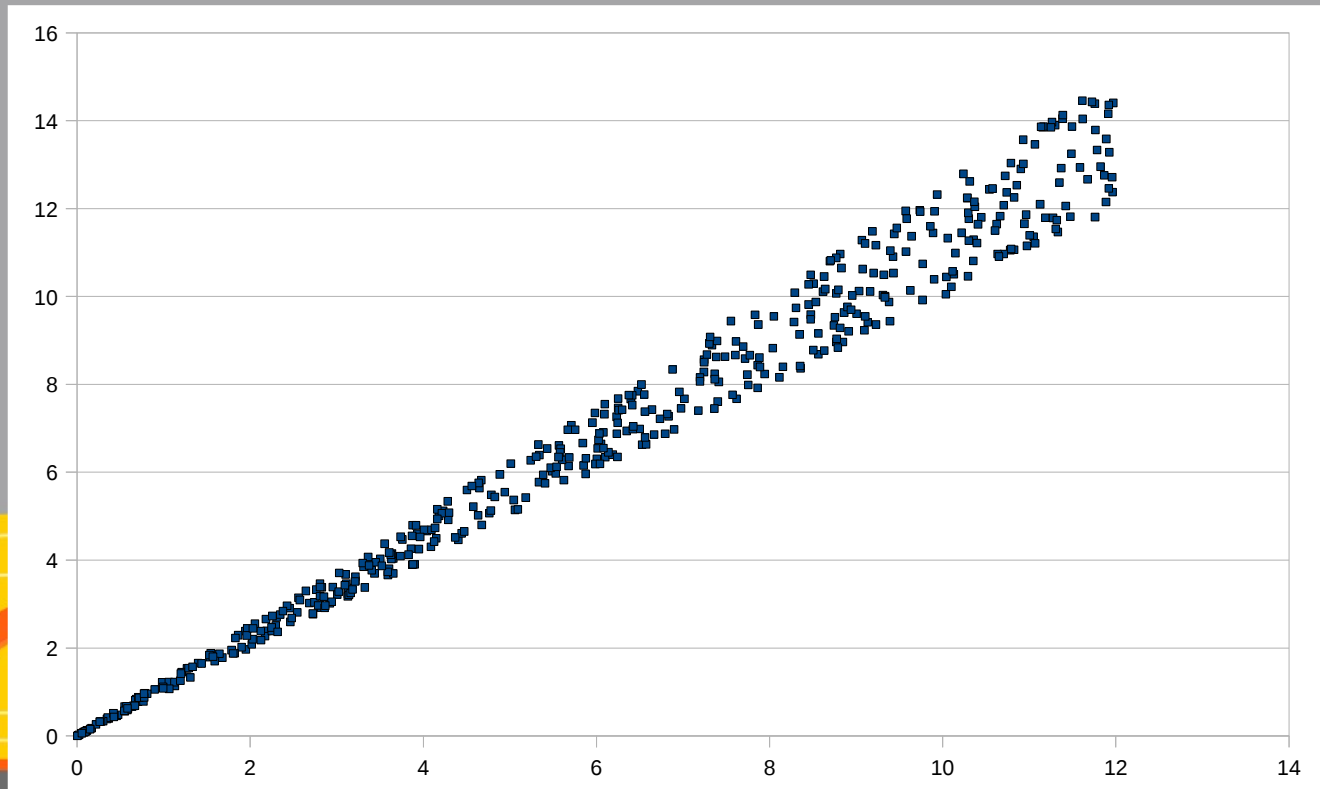
- Rozdelenie X ponechajme rovnomerné na $(0, 12)$
- Pri danom $X=x$ bude mať Y rovnomerné rozdelenie na $(x, 1.25*x)$
- Zmeníme generovanie cien Y :



	A	B	C
1	X	Y	
2		<code>=A2+RAND()*(0,25*A2)</code>	
3	3,67	3,87	
4	8,8	9,61	
5	4,79	5,82	
6	6,55	7,17	
7	1,88	2,23	
8	3,16	3,75	
9	1.02	1.03	

Akcie: modifikovaný príklad

- Vygenerované ceny X (horizontálna os) a Y (vertikálna):



Akcie: modifikovaný príklad

- Výberová korelácia:

	D	E
$\text{cor}(X,Y)$		
	0,99	

16

- Presná hodnota korelácie sa dá vypočítať analogicky ako predtým

