Súčty nezávislých náhodných premenných I.

Metódy riešenia úloh z pravdepodobnosti a štatistiky

www.iam.fmph.uniba.sk/institute/stehlikova

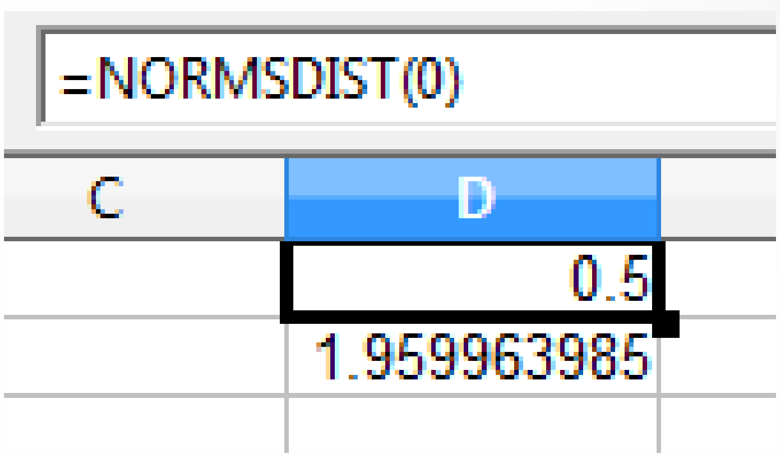
Príklad 1: Poistenie auta (SOA)

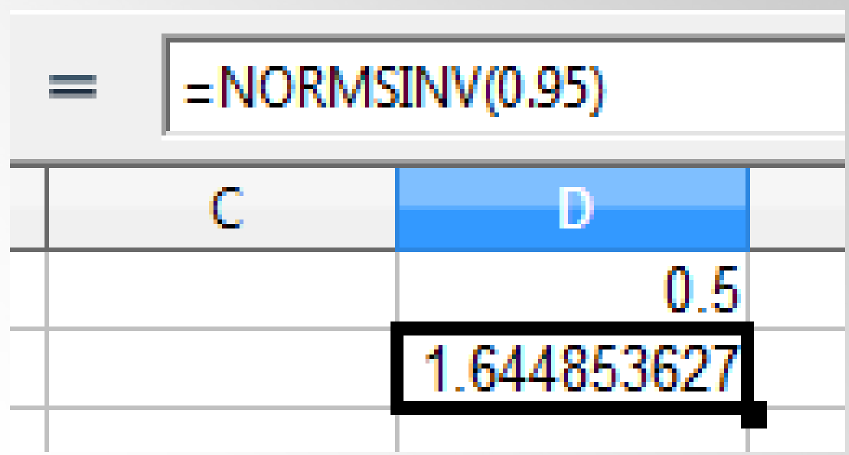
- Výška škody pri dopravnej nehode má normálne rozdelenie so strednou hodnotou 19 400 a štandardnou odchýlkou 5 000.
- Škody v jednotlivých nehodách sú nezávislé
- Vyberieme náhodne 25 nehôd.
- Aká je pravdepodobnosť, že priemerná škoda bude vyššia ako 20 000?

(A) 0.01 (B) 0.15 (C) 0.27 (D) 0.33 (E) 0.45

Výpočty s normálnym rozdelením

- OpenOffice Calc / MS Excel:
  - Distribučná funkcia N(0,1) rozdelenia v bode x: **NORMSDIST(x)**
  - Inverzná funkcia k distribučnej funkcii N(0,1) rozdelenia v bode x: **NORMSINV(x)**





Príklad 2: Žiarovky (SOA)

- Životnosť žiarovky v mesiacoch má normálne rozdelenie so strednou hodnotou 3 a štandardnou odchýlkou 1.
- Životnosti sú nezávislé.
- Zákazník kúpi určitý počet žiaroviek, ktoré bude postupne vymieňať.
- Koľko najmenej nich musí kúpiť, aby pravd., že mu vydržia aspoň 40 mesiacov bola aspoň 0,9772?

(A) 14 (B) 16 (C) 20 (D) 40 (E) 55

Príklad 3: Výška veže (SOA)

- Chceme odmerať výšku veže h
- Meranie presnejším prístrojom má chybu s normálnym rozdelením, nulovou strednou hodnotou a štandardnou odchýlkou $0{,}0044\,h$
- Meranie menej presným prístrojom má chybu s normálnym rozdelením, nulovou strednou hodnotou a štandardnou odchýlkou $0{,}0056\,h$

Príklad 3: Výška veže (SOA)

- Merania sú nezávislé.
- Aká je pravdepodobnosť, že priemer meraní bude od skutočnej výšky vzdialený menej ako *0,005 h*?

(A) 0.38 (B) 0.47 (C) 0.68 (D) 0.84 (E) 0.90

Príklad 4: Čakanie na úspech

- Napríklad:
  - Hádžeme mincou, kým nepadne znak
  - Hádžeme kockou, kým nepadne šestka
- Náhodná premenná *X* označuje počet pokusov potrebných na dosiatnutie prvého úspechu (tzv. g*eometrické rozdenie)*
- Vysvetlite, prečo je pravd. toho, že *X*=*m*

$$p(1-p)^{m-1} \qquad m = 1, 2, 3, \ldots$$

Príklad 4: Čakanie na úspech

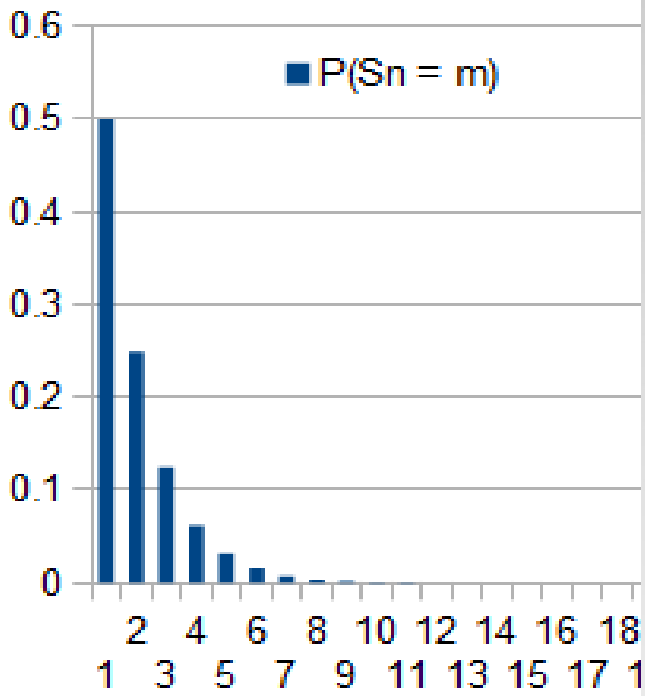
- Uvažujme súčet n nezávislých náhodných premenných s týmto rozdelením
- Dá sa interpretovať ako počet pokusov potrebných na dosiatnutie n-tého úspechu
- Vysvetlite, prečo je pravd. toho, že sa súčet rovná m

$$\binom{m-1}{n-1} p^n (1-p)^{m-n} \qquad m = n, n+1, n+2, \ldots$$

Príklad 4: Čakanie na úspech

- Príklad: hádzanie mincou, teda p = 1/2
- Najskôr n = 1 (geometrické rozdelenie)

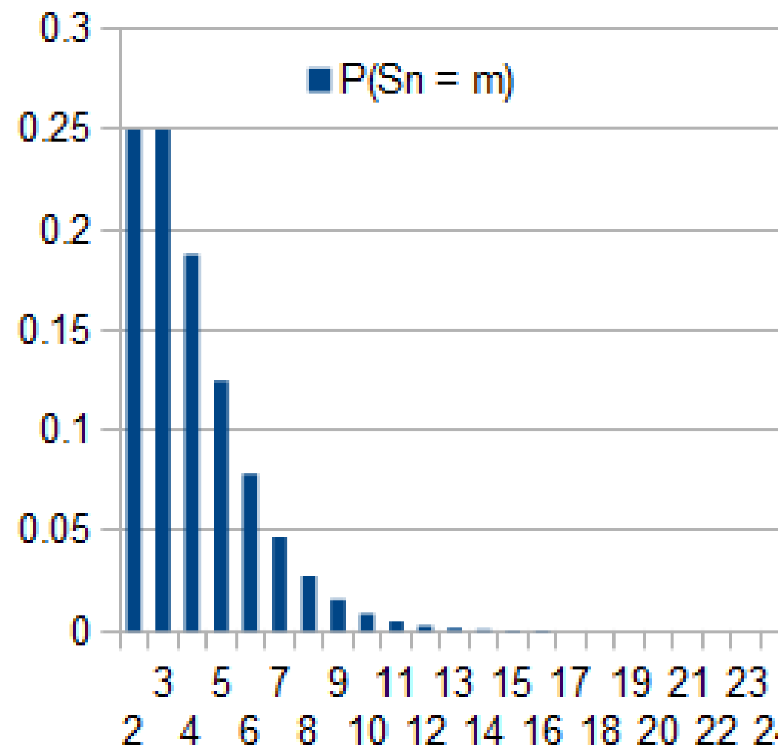
n	1
m	P(Sn = m)
1	0.5
2	0.25
3	0.125
4	0.0625
5	0.03125
6	0.015625
7	0.0078125
8	0.00390625
9	0.001953125
10	0.000976563
11	0.000488281
12	0.000244141
13	0.00012207
14	6.1035E-005



Príklad 4: Čakanie na úspech

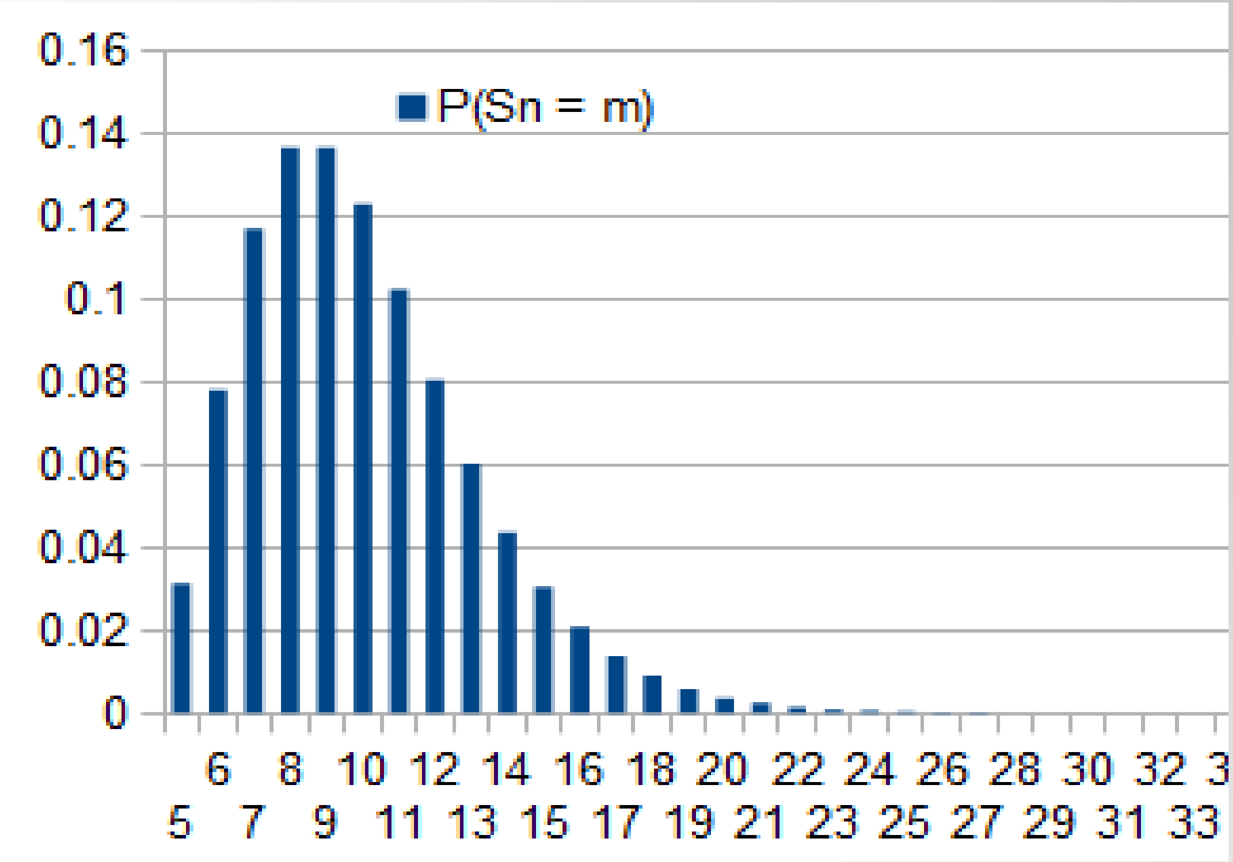
- n = 2

n	2
m	**P(Sn = m)**
2	0.25
3	0.25
4	0.1875
5	0.125
6	0.078125
7	0.046875
8	0.02734375
9	0.015625
10	0.008789063
11	0.004882813
12	0.002685547
13	0.001464844
14	0.000793457
15	0.000427246



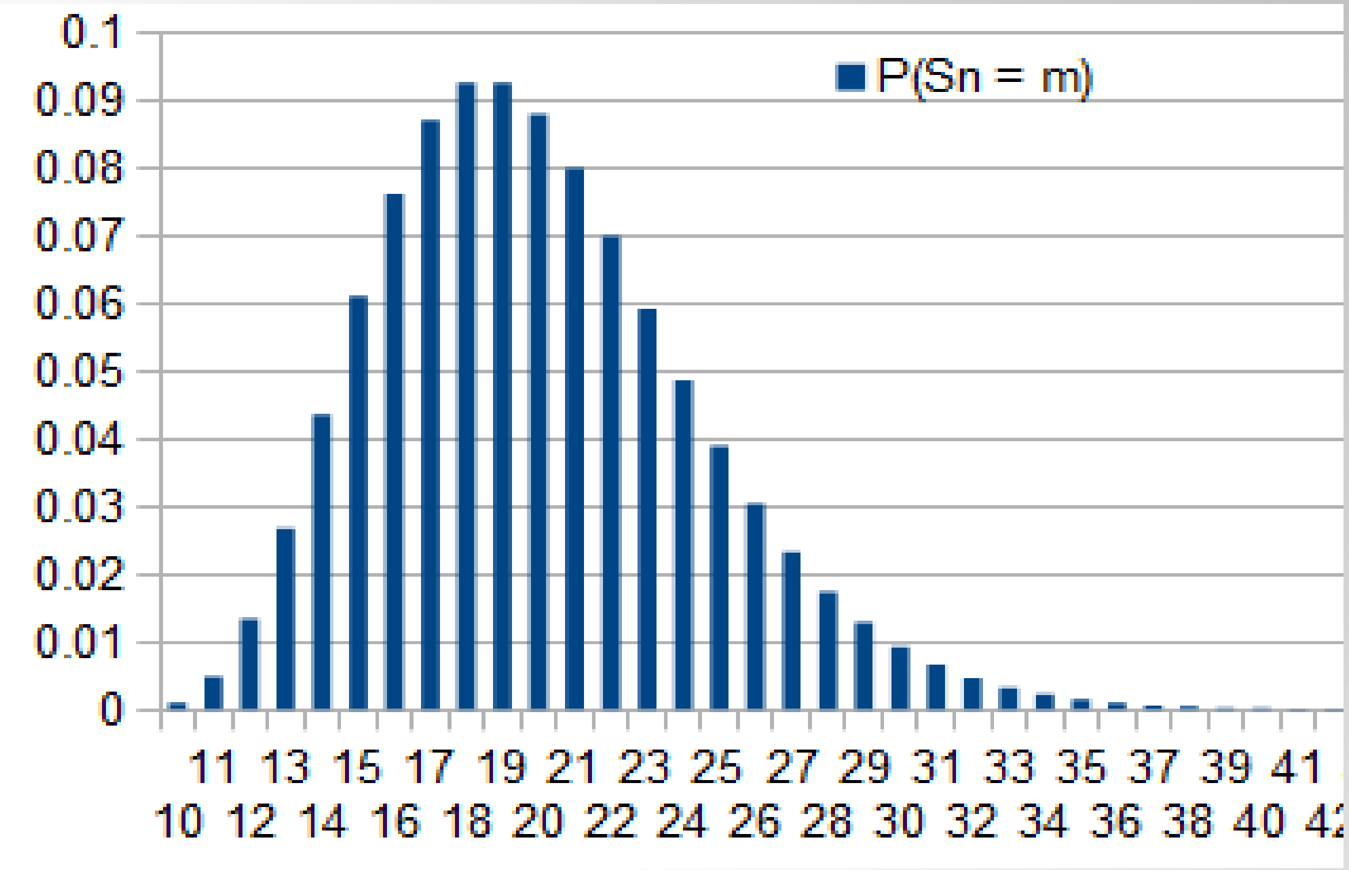
Príklad 4: Čakanie na úspech

- $n = 5$



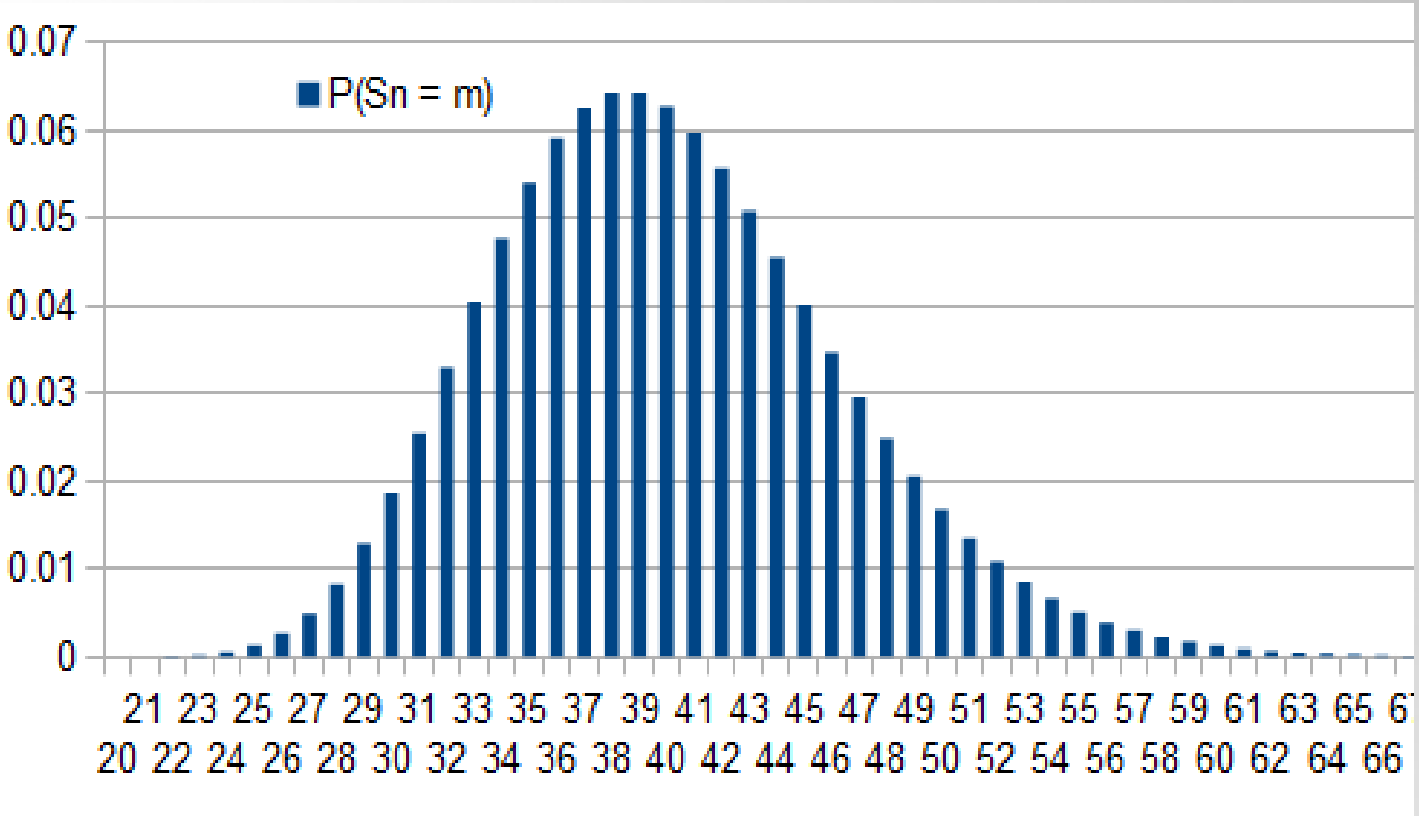
Príklad 4: Čakanie na úspech

- n = 10



Príklad 4: Čakanie na úspech

- n = 20



Príklad 5: Žiarovky II.

- Doba životnosti žiarovky má exponenciálne rozdelenie so strednou hodnotou m mesiacov.
- Životnosti sú nezávislé.
- Zákazník kúpi n žiaroviek, ktoré bude postupne vymieňať.
- Vypočítajte hustotu náhodnej premennej, ktorá vyjadruje čas, ako dlho mu tieto žiarovky vydržia