METÓDY RIEŠENIA ÚLOH Z PRAVDEPODOBNOSTI A ŠTATISTIKY
DOMÁCA ÚLOHA 2

Termín odovzdania: 1. marec 2016

ODOVZDÁVANIE DOMÁCEJ ÚLOHY:

- *Osobne na začiatku cvičenia* alebo *mailom* na adresu `beata.ulohy@gmail.com` s predmetom `pravdepodobnost 2016 - DU2 - priezvisko`. Formát predmetu aj mail je potrebné dodržať. V prípade odovzdávania mailom riešenia spíšte do textového súboru alebo ich odfoťte (dostatočne kvalitne, aby bol text čitateľný) a skonvertujte do `pdf` formátu (dá sa to spraviť aj online). V prípade odovzdávania úlohy mailom *treba mail odoslať pred začiatkom cvičenia.*
- Pri riešení domácich úloh môžete spolupracovať, ale výsledné riešenie musí napísať každý samostatne. *Odpísané úlohy budú hodnotené 0 bodmi.*
- Ak ste tak ešte nespravili, napíšte, *akým spôsobom chcete mať zverejňované body na webe* - meno a priezvisko alebo číselný kód (napíšte aký).

ZADANIA PRÍKLADOV:

1. *(20 bodov)* Majme množinu $\Omega = \{1, 2, \ldots, n\}$. Náhodne vyberáme jej podmožiny tak, že každá podmnožina má rovnakú pravdepodobnosť výberu. Nezávisle takto vyberieme dve podmnožiny A, B. Bude nás zaujímať pravdepodobnosť, že $A \subseteq B$.

   Pre $n = 1$ a $n = 2$ máme všetky možnosti vypísané v nasledujúcich tabuľkách:

		prvky B	
		žiadne	1
prvky A	žiadne	áno	áno
	1	nie	áno

		prvky B			
		žiadne	1	2	1,2
prvky A	žiadne	áno	áno	áno	áno
	1	nie	áno	nie	áno
	2	nie	nie	áno	áno
	1,2	nie	nie	nie	áno

   Pravdepodobnosti sú 3/4 a 9/16.

   (a) Spravte podobnú tabuľku pre $n = 3$ a vypočítajte $\mathbb{P}(A \subseteq B)$

   (b) Vypočítajte $\mathbb{P}(A \subseteq B)$ pre všeobecné n.

   Návod: $\mathbb{P}(A \subseteq B) = \sum_{k=0}^{n} \mathbb{P}(A \subseteq B|\operatorname{card}(B) = k)\mathbb{P}(\operatorname{card}(B) = k)$, kde $\operatorname{card}(B)$ označuje kardinalitu množiny B, teda počet jej prvkov.

2. *(20 bodov, príklad z minuloročnej písomky)* Batožinu postupne prepravujú tri (nešikovné) letecké spoločnosti. Prvá stratí batožinu s pravdepodobnosťou 0,01. Druhá stratí batožinu s pravdepodobnosťou 0,02 (za predpokladu, že k nej tá batožina

dorazila, teda že ju nestratila už prvá spoločnosť). Tretia stratí batožinu s pravdepodobnosťou 0,03 (znovu, samozrejme, za predpokladu, že k nej batožina dorazila). Batožina sa stratila. S akou pravdepodobnosťou ju stratila i-ta spoločnosť ($i = 1, 2, 3$)?

3. *(20 bodov)* Vráťme sa k príkladu z rubriky *Ask Marilyn* z predchádzajúcej domácej úlohy:

> A high school student who hadn't opened his American history book in weeks was dismayed to walk into dass and be greeted with a pop quiz. It was in the form of two lists, one naming the 24 Presidents in office during the 19th century in alphabetical order and another list noting their terms in office, but scrambled. The object was to match the Presidents with their terms. The completely clueless student had to guess every time.

a k dvom stratégiám študenta:

(a) Študent priraďuje roky k prezidentom tak, že každému menu je priradené práve jedno obdobie a každé takéto priradenie má rovnakú pravdepodobnosť.

(b) Študent priraďuje roky k prezidentom tak, že každému menu priradí jedno z období, pričom každé obdobie vyberie s rovnakou pravdepodobnosťou a nezávisle od predchádzajúcich odpovedí (môže sa teda stať, že niekoľkým prezidentom bude priradené to isté obdobie v úrade).

Pre každú z nich vypočítajte pravdepodobnosť, že nebude mať ani jednu správnu odpoveď.