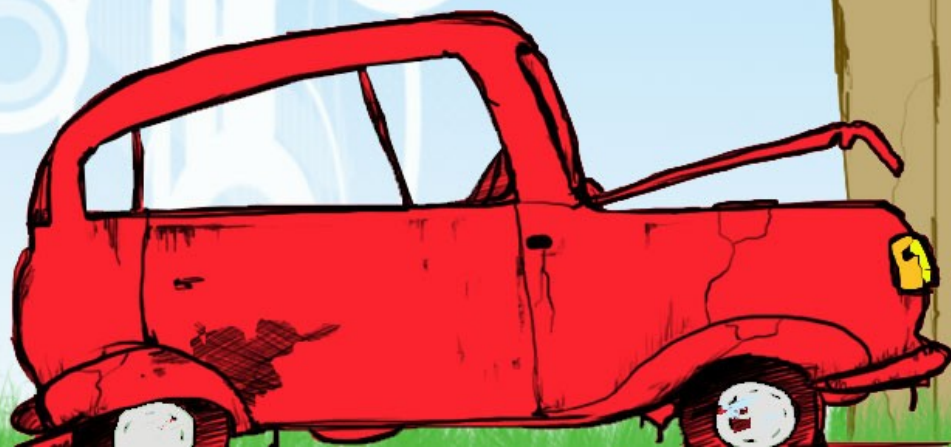


Náhodné vektory: rôzne príklady

Metódy riešenia úloh
z pravdepodobnosti a štatistiky
Cvičenie 5



www.iam.fmph.uniba.sk/stehlikova

Príklad 1: Poistenie auta (SOA)

- Ak poistenec spôsobí nehodu, poisťovňa zaplatí škodu na jeho aute (výška škody je náhodná premenná X) aj na aute druhého účastníka nehody (náh. prem. Y)
- X má marginálnu hustotu 1 pre $0 < x < 1$
- Ak $X = x$, podmienená hustota Y je 1 pre $x < y < x+1$
- Aká je pravdepodobnosť, že škoda na aute druhého účastníka nehody je viac ako 0,5?

(A) $3/8$ (B) $1/2$ (C) $3/4$ (D) $7/8$ (E) $15/16$

Príklad 2: Čas spracovania (SOA)

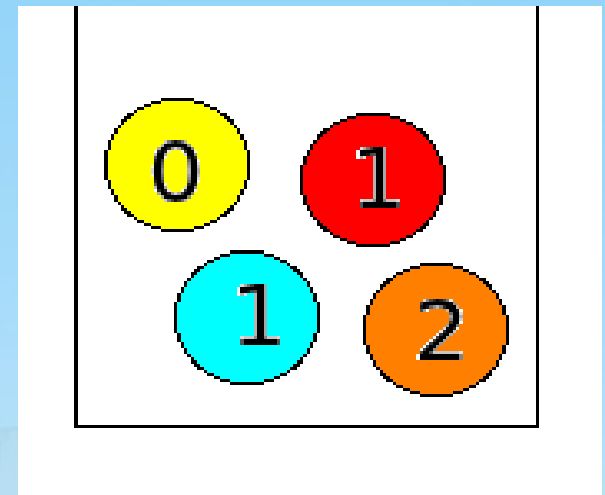
- Výška poistného plnenia X má hustotu

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3}{8}x^2 & \text{for } 0 \leq x \leq 2, \\ 0 & \text{otherwise.} \end{cases}$$

- Pre dané $X=x$ má čas spracovania v hodinách rovnomerné rozdelenie na intervale $(x, 2x)$
- Aká je pravdepodobnosť, že náhodne vybrané spracovanie bude trvať 3 hodiny alebo viac? (A) 0.17 (B) 0.25 (C) 0.32 (D) 0.58 (E) 0.83

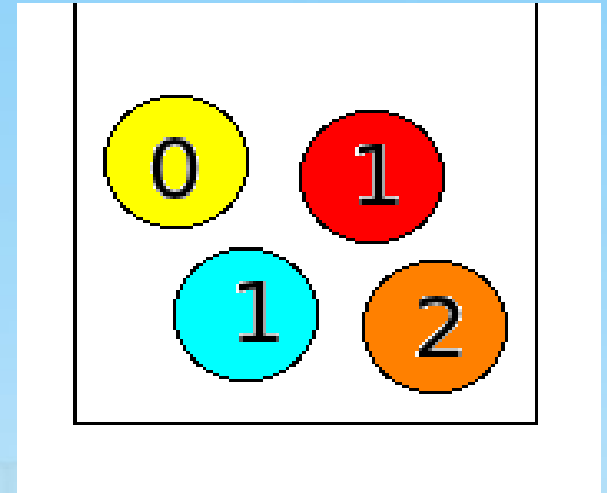
Príklad 3: Losovanie guľičiek I.

- Urna so 4 očíslovanými guľičkami:
- Prvé kolo:
 - Vytiahne sa guľička.
 - Ak je to 1, hráč získava bod
 - Guľička sa do urny nevracia.
- Druhé kolo:
 - Vytiahne sa guľička.
 - Ak je to 2, hráč získava bod.



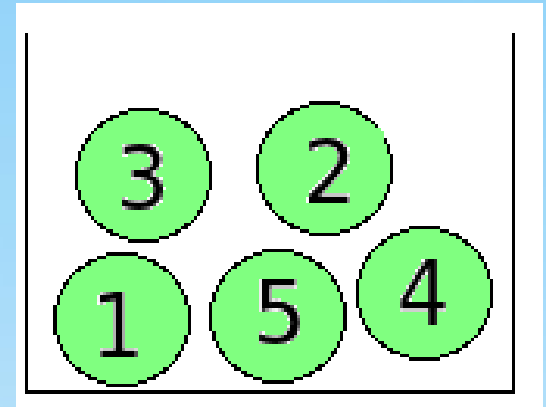
Príklad 3: Losovanie guľičiek I.

- X = počet bodov získaných v 1. kole, Y = počet bodov získaných v 2. kole
- Úlohy:
 - Nájdite rozdelenie náhodného vektora (X, Y)
 - Aké je rozdelenie celkového počtu bodov?
 - Vieme, že hráč získal 1 bod. Aká je pravdepodobnosť, že ho získal v 1. kole?
 - V 1. kole hráč nezískal bod. Aká je pravdepodobnosť, že ho nezískal ani v 2. kole?



Príklad 4: Losovanie guľičiek II.

- Losujú sa naraz 2 čísla.
- Losovanie prebieha 2x za týždeň: v stredu a v sobotu
- Hráč vyplnil dva tikety:



- Zvažuje dve možnosti:
 - Podat' oba tikety na losovanie v stredu
 - Prvý tiket podať na stredu, druhý na sobotu

Príklad 4: Losovanie guľičiek II.

- Označme
 - Počet dobre natipovaných čísel na 1. tikete ako X_i
 - Počet dobre natipovaných čísel na 2. tikete ako Y_i , pričom index i zodpovedá i -tej možnosti podania tiketov (1 alebo 2)
- Úlohy:
 - Nájdite rozdelenie vektora (X_1, Y_1) a (X_2, Y_2)
 - Aké je rozdelenie celkového počtu dobre natipovaných čísel? Porovnajte strednú hodnotu a disperziu pri jednotlivých možnostiach podania.

Príklad 5: Kovariancia (SOA)

- Náhodný vektor (X, Y) má združenú hustotu

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{8}{3}xy & \text{for } 0 \leq x \leq 1, x \leq y \leq 2x, \\ 0 & \text{otherwise.} \end{cases}$$

Vypočítajte kovarianciu $\text{cov}(X, Y)$

(A) 0.04 (B) 0.25 (C) 0.67 (D) 0.80 (E) 1.24

Príklad 6: Ceny akcií (SOA)

- X, Y – ceny dvoch akcií o 5 rokov
- Rozdelenie X je rovnomerné na intervale $(0, 12)$.
- Pri danom $X=x$ je rozdelenie Y rovnomerné na $(0, x)$.
- Vypočítajte kovarianciu $cov(X, Y)$

(A) 0 (B) 4 (C) 6 (D) 12 (E) 24

Príklad 7: Poistenie pre manželov (SOA)

- Poistovňa ponúka manželom dva produkty:
 - Prvý vyplatí poistnú sumu po tom, čo zomrie manžel
 - Druhý vyplatí poistnú sumu po tom, čo zomrú obaja manželia.
- Zostávajúcu dĺžku života manžela a manželky modeluje poistovňa ako nezávislé náhodné premenné s rovnomerným rozdelením na intervale $(0, 40)$.

Príklad 7: Poistenie pre manželov (SOA)

- Vypočítajte kovarianciu medzi časmi, v ktorých tieto dva produkty vyplácajú poistnú sumu.

(A) 0.0 (B) 44.4 (C) 66.7 (D) 200.0 (E) 466.7

Príklad 8: Hádzanie kockou

- Hádzeme dvakrát kockou a označíme
 - Súčet padnutých čísel ako X
 - Absolútnu hodnotu rozdielu padnutých čísel ako Y
- Vypočítajte kovarianciu $cov(X, Y)$