

Rôzne príklady

Metódy riešenia úloh
z pravdepodobnosti
a štatistiky

Nicolas Tournier: Dice players

<http://www.the-athenaeum.org/art/detail.php?ID=133783>



Príklad 1: Z písomky 2015

(10 bodov) V čase $t = 0$ bola zverejnená na internete domáca úloha a termín jej odovzdania je $t = 2$, pričom t je čas v týždňoch od zverejnenia úlohy. Náhodný čas, v ktorom si študent stiahne úlohu označme X a čas, v ktorom ju odošle mailom vyučujúcemu ako Y (prirodzene musí platiť, že $0 < X < Y < 2$). Z predchádzajúcich školských rokov je známe, že združená hustota náhodného vektora (X, Y) je

$$f(x, y) = \frac{1}{2}(2 - x)(2 - y) \quad \text{pre } 0 < x < y < 2$$

a 0 inak.

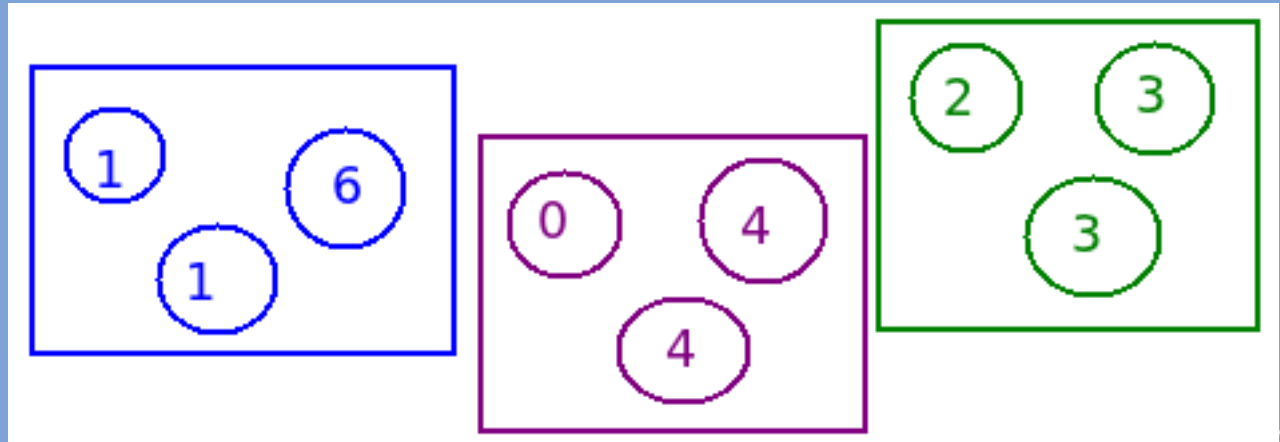
Predpokladajme, že študent si úlohu stiahol v polovici prvého týždňa. Nájdite pravdepodobnostné rozdelenie času, v ktorom úlohu odovzdá.

Príklad 2: Poistenie (SOA)

- Suma, ktorú zaplatí poisťovňa nemocnici, sa skladá z dvoch častí X a Y
- Vieme, že $D(X)=5\ 000$, $D(Y)=10\ 000$ a disperzia celkovej sumy je $D(X+Y)=17\ 000$
- Nové pravidlá: X sa zvýši o konštantnú sumu 100 a Y sa zvýši o 10 percent
- Aká je kovariancia X a Y po tejto zmene?

Príklad 3: Výber urny

- Hráči si postupne zvolia urnu - prvý ľubovoľnú, druhý zo zostávajúcich dvoch.
- Potom každý vytiahne náhodne jednu guľôčku zo svojej urny. Vyhráva ten, kto vytiahol vyššie číslo.
- Je výhodnejšie vyberať urnu ako prvý alebo ako druhý?



Príklad 4: Tri mestá

- V istom čase populárna hazardná hra v Poľsku
- Stavíte na jedno z miest a hodíte tromi kockami. Ak padne súčet zodpovedajúci vášmu mestu, vyhráte trojnásobok vkladu.
- Aká je stredná hodnota vašej výhry?

VARŠAVA

6 ~ 8 ~ 9 ~ 16 ~ 18

KRAKOV

3 ~ 5 ~ 12 ~ 13 ~ 15

POZNAŇ

4 ~ 7 ~ 11 ~ 14 ~ 17

Príklad 5: Práve jedna šestka

- Hodíme n kockami. Aká je pravdepodobnosť, že padne práve jedna šestka?
- Pri akom n je táto pravdepodobnosť maximálna?
- Aký počet kociek n máme zvolit', aby sme maximalizovali pravdepodobnosť, že padnú práve dve šestky?

Príklad 6: Ešte raz kocky

- Hodíme n kockami.
- Aká je pravdepodobnosť, že sa pritom objavia všetky čísla 1, 2, 3, 4, 5, 6?
- Nájdite najmenšie také n , pri ktorom je táto pravdepodobnosť aspoň 95 percent.