

# Súčet nezávislých náhodných premenných II. (centrálna limitná veta)

Metódy riešenia úloh  
z pravdepodobnosti a štatistiky



# Príklad 1: Filmy a šport (SOA)

- $X$  = koľko hodín mesačne človek pozerá filmy,  $Y$  = koľko hodín pozerá športové prenosy
- Dané:  $E[X]=50$ ,  $E[Y]=20$ ,  $Var[X]=50$ ,  $Var[Y]=30$ ,  $Cov[X, Y]=10$
- 100 ľudí,  $T$  = celkový počet hodín pozerania filmov a športu
- Aproximujte  $P[T < 7100]$

(A) 0.62 (B) 0.84 (C) 0.87 (D) 0.92 (E) 0.97



# Príklad 2: Vek poistencov (SOA)

- Vek poistencov sa uvádza zaokrúhľený na najbližší násobok 5 (napr. 22 ako 20, 23 ako 25 atď.)
- Rozdiely medzi skutočným vekom a zaokrúhľeným:
  - ◆ Nezávislé pri jednotlivých poistencoch
  - ◆ Rovnomerné rozdelenie na intervale  $[-2,5; 2,5]$



# Príklad 2: Vek poistencov (SOA)

- Zo 48 náhodne vybraných dát sa vypočíta priemerný vek (zo zaokrúhlených údajov).
- Aká je pravdepodobnosť, že sa od skutočného priemeru líši o menej ako 0,25 roku?

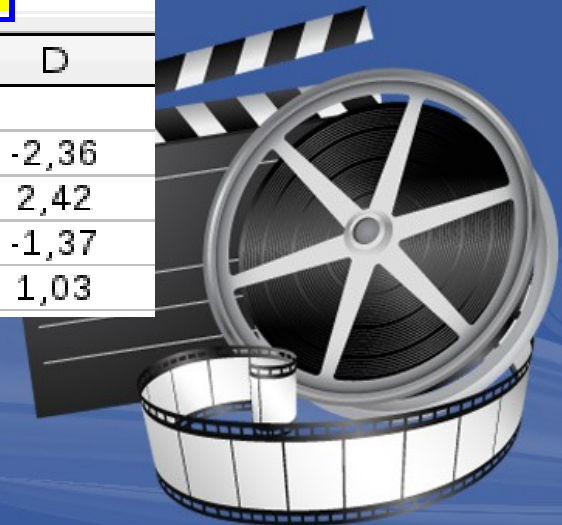
(A) 0.14 (B) 0.38 (C) 0.57 (D) 0.77 (E) 0.88



# Príklad 2: Vek poistencov (SOA)

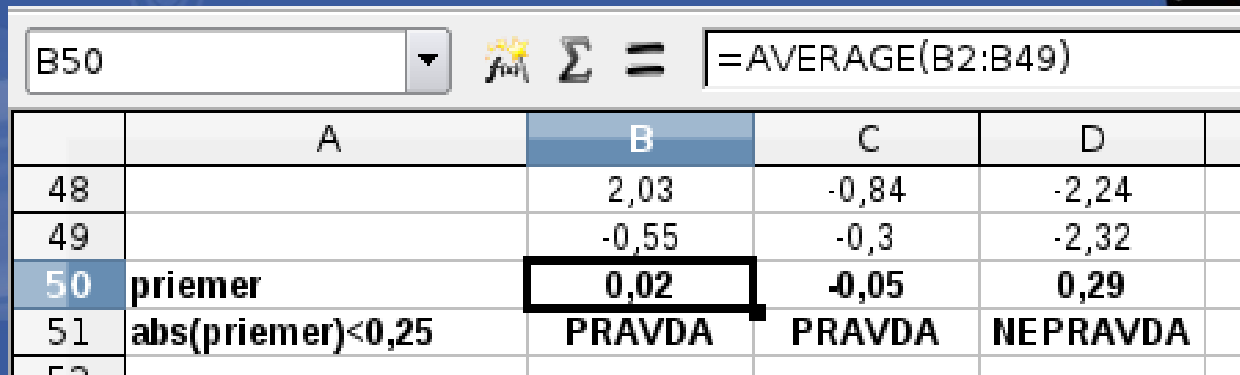
- Pred výpočtom spravíme simulácie:
  - Vygenerujeme odchýlku od skutočného veku pre 48 poistencov
  - Zopakujeme (napr.) 100 krát

	A	B	C	D
1		Výber 1	Výber 2	...
2	Poistenec 1	1,2	1,44	-2,36
3	Poistenec 2	-0,54	-2,34	2,42
4	Poistenec 3	1,8	-1,71	-1,37
5	...	-2,05	0,03	1,03



# Príklad 2: Vek poistencov (SOA)

- Pred výpočtom spravíme simulácie:
  - Priemerný vypočítaný vek = priemerný skutočný vek + odchýlka
  - Vypočítame priemernú odchýlku
  - Overíme, či je pre daný výber menšia ako 0,25



	A	B	C	D
48		2,03	-0,84	-2,24
49		-0,55	-0,3	-2,32
50	priemer	0,02	-0,05	0,29
51	abs(priemer)<0,25	PRAVDA	PRAVDA	NEPRAVDA



# Príklad 2: Vek poistencov (SOA)

- Pred výpočtom spravíme simulácie:
  - Nakoniec odhadneme pravdepodobnosť, že priemerná odchýlka je pre daný výber menšia ako 0,25

	A	B	C	D
		2,03	-0,84	-2,24
		-0,55	-0,3	-2,32
<b>priemer</b>		<b>0,02</b>	<b>-0,05</b>	<b>0,29</b>
<b>abs(priemer)&lt;0,25</b>		<b>PRAVDA</b>	<b>PRAVDA</b>	<b>NEPRAVDA</b>
<b>koľkokrát PRAVDA</b>		<b>78</b>		
<b>podiel PRAVDA/vsetky</b>		<b>0,78</b>		



# Príklad 3: Eurová minca

- Noviny *The Guardian*, 4. 1. 2002:
  - Hádzanie belgickou eurovou mincou
  - 250 krát, hlava padla 140 krát





# Príklad 3: Eurová minca

*"It looks very suspicious to me," said Barry Blight, a statistics lecturer at the London School of Economics. "If the coin were unbiased the chance of getting a result as extreme as that would be less than 7%."*

- O akú pravdepodobnosť tu ide?
- Aká je jej hodnota?



# Príklad 4: Poistenie (SOA)

- Poistné plnenia pre určité zdravotné poistenie sú nezávislé s hustotou

$$f(x) = \frac{1}{1000} e^{-x/1000} \quad \text{pre } x > 0$$

- Výška poistného je o 100 vyššia ako očakávaná hodnota poistného plnenia
- Uzaretých bolo 100 poistiek.
- Aká je pravd., že poistné plnenia budú vyššie ako príjmy poisťovne?

(A) 0.001 (B) 0.159 (C) 0.333 (D) 0.407 (E) 0.460



# Príklad 5: Policajtky (SOA)

- Polícia prijala 100 policajtiiek.
- Tým, ktoré zostanú v polícii až do dôchodku, mesto vyplatí určitú sumu.
- Ak budú v čase odchodu do dôchodku vydaté, takú istú sumu dostane aj manžel.



# Príklad 5: Policajtky (SOA)

- Predpokladáme:
  - ◆ Pravdepodobnosť toho, že policajtká zostane na polícii do dôchodku, je 0,4.
  - ◆ Za predpokladu, že zostane do dôchodku, pravdepodobnosť toho, že v tom čase nebude vydatá, je 0,25
  - ◆ Nezávislosť oboch veličín (zostane do dôchodku, bude vydatá) pre jednotlivé policajtky.



# Príklad 5: Policajtky (SOA)

- Zaujima nás počet výplat dohodnutej sumy (policajtkám a manželom).
- Aká je pravdepodobnosť, že ich nebude viac ako 90?

(A) 0.60 (B) 0.67 (C) 0.75 (D) 0.93 (E) 0.99

