

Metódy riešenia úloh z pravdepodobnosti a štatistiky

Domáca úloha 1

Pokyny k odovzdávaniu:

- **Osobne na začiatku cvičenia alebo mailom** na adresu beata.ulohy@gmail.com s predmetom **pravdepodobnosť 2017 - DU1 - priezvisko**. Formát predmetu aj mail je potrebné dodržať. V prípade odovzdávania mailom riešenia spíšte do textového súboru alebo ich odfotíte (dostatočne kvalitne, aby bol text čitateľný) a skonvertujte do pdf formátu (dá sa to spraviť aj online). V prípade odovzdávania úlohy mailom **treba mail odoslať pred začiatkom cvičenia**.
- Pri riešení domácich úloh môžete spolupracovať, ale výsledné riešenie musí napísať každý samostatne. **Odpísané úlohy budú hodnotené 0 bodmi.**
- Spolu s prvou domácou úlohou do mailu alebo na odovzdaný papier napíšte, **akým spôsobom chcete mať zverejňované body na webe** - meno a priezvisko alebo číselný kód (napíšte aký).

Termín odovzdania tejto DÚ: štvrtok 2. marca 2017 do začiatku cvičenia

“Plný počet” bodov za domácu úlohu je 60, môžete však získať aj viac ako 60 bodov. Do výpočtu priemeru aj do súťaže o hodnotenie A bez písomky sa počítajú všetky získané body.

Príklad 1: 20 bodov: 5 bodov za časť (a), 15 bodov za časť (b)

Vráťme sa k príkladu o amerických prezidentoch:

1.

A high school student who hadn't opened his American history book in weeks was dismayed to walk into class and be greeted with a pop quiz. It was in the form of two lists, one naming the 24 Presidents in office during the 19th century in alphabetical order and another list noting their terms in office, but scrambled. The object was to match the Presidents with their terms. The completely clueless student had to guess every time.

Znovu uvažujme dve stratégie študenta z cvičenia:

- Študent priraduje roky k prezidentom tak, že každému menu je priradené práve jedno obdobie a každé takéto priradenie má rovnakú pravdepodobnosť.
- Študent priraduje roky k prezidentom tak, že každému menu priradí jedno z období, pričom každé obdobie vyberie s rovnakou pravdepodobnosťou a nezávisle od predchádzajúcich odpovedí (môže sa teda stať, že niekoľkým prezidentom bude priradené to isté obdobie v úrade).

Pre obe stratégie vypočítajte pravdepodobnosť, že nebude mať správne ani jednu odpoveď.

Príklad 2: 20 bodov (body sú za výpočet pravdepodobnosti, nie za zostavenie slova)

Za zadaním príkladov sú vysvetlené pravidlá hry Scrabble, konkrétne jej korešpondenčného variantu.

- Naštudujte si ich a zostavte prípustné slovo v situácii, ktorá je tam znázornená. Nezapadnite napísať umiestnenie slova (musí prechádzať stredným políčkom). **Bonus: 5 bonusových bodov pre toho, kto zostaví slovo s najvyššou bodovou hodnotou (ak budú mať toto slovo viacerí, 5 bodov si rozdelia).**
- V nasledujúcom kroku sa do zásobníka doplnia písmená – toľko, koľko ste ich použili. V pravidlách hry je, že v zásobníku sú vždy aspoň dve samohlásky a aspoň dve spoluhlásky, pričom žolík môže podľa potreby predstavovať samohlásku alebo spoluhlásku (takže napríklad 1 žolík, 1 samohláska, 5 spoluhlások je v poriadku – žolíka vezmeme ako samohlásku). Ak to nie je splnené, vyťahnuté písmená sa vrátia naspäť a ťahá sa znova. Vypočítajte pravdepodobnosť, že toto opakovanie bude potrebné po doplnení zásobníka, ak na hracej ploche zostane vaše slovo. Počty jednotlivých písmen v hre sú v slajdoch k prvému cvičeniu.

Príklad 3: 20 bodov

Uvažujme testovanie vzoriek krvi z cvičenia, pričom sa použije nasledovný postup: Ľudia (celkovo ich je N , čo je daná konštanta) sa rozdelia do skupín po k . Predpokladajme, že ľudí je veľa, preto zanedbáme prípadnú neúplnú poslednú skupinu. Pracujeme teda s N/k skupinami, pričom v každej je k ľudí. V každej tejto skupine

testujeme krv rovnakým postupom ako na cvičení. Očakávaný počet testov, ktoré sa budú robiť, závisí od pravdepodobnosti choroby p a od veľkosti skupiny k . Pre vašu hodnotu p , ktorá je uvedená v nasledujúcej tabuľke, vypočítajte optimálnu veľkosť skupiny, pri ktorej je očakávaný počet testov minimálny.

Uveďte:

- odvodenie optimalizačnej úlohy
- jej numerické riešenie
- priložte použitý kód, screenshot z wolframalpha.com, MS Office/Libre Office spreadsheet a pod.

Meno študenta	Príklad 3 – parameter p
Matúš Bagin	0.0000001
Nikola Čimborová	0.000001
Adam Fajkus	0.00001
Ján Gašper	0.0001
Patrik Ginda	0.001
Juraj Hanuš	0.01
Viktor Horeňák	0.1
Jakub Hrbáň	0.0000002
Jakub Hrdina	0.000002
Mário Igaz	0.00002
Simona Ihnátová	0.0002
Zuzana Jankechová	0.002
Kristína Katráková	0.02
Anna Mária Laurenčíková	0.0000003
Lucia Macháčková	0.000003
Kristína Némethová	0.00003
Anton Olexa	0.0003
Matúš Padyšák	0.003
Michaela Peštová	0.03
Nikoleta Podstrelená	0.0000004
Patricia Pužárová	0.000004
Lukáš Sýkora	0.00004
Romana Szabová	0.0004
Matej Šošovička	0.004
Kristián Šufliarsky	0.04
Dominika Víteková	0.0000005
Filip Zajko	0.000005
Samuel Zboja	0.00005
Ostatní (ak niekto nie je v dneškom zozname z AISu)	0.0005

Príklad 4: 20 bodov

V triede je 25 žiakov. V posledný deň v škole pred prázdninami každý z nich prinesie do školy malý darček. Darčeky sa zabalia do rovnakých krabičiek a na konci vyučovania sa náhodne rozdelia medzi žiakov tejto triedy. Aká je stredná hodnota počtu žiakov, ktorí si domov odnesú vlastný darček.

Príklad 5: 20 bodov

Vráťme sa k prvému príkladu z cvičenia a vypočítajme strednú hodnotu miesta, na ktorom sa nachádza prvá písomka vo všeobecnom prípade, ak si písomku príde pozrieť k študentov z celkového počtu N . Pre prípad z cvičenia ($N = 20$, $k = 3$) dáva wolframalpha.com “pekný” výsledok – zlomok $21/4$ (výpočet na nasledujúcej strane). Vypočítajte strednú hodnotu vo všeobecnom prípade (**5 bodov za výsledok z wolframalpha, plný počet za dôkaz**)

(sum k*binomial(20-k,2), k from 1 to 18)/binomial(20,3)



Web Apps Examples Random

Input interpretation:

$$\frac{\sum_{k=1}^{18} k \binom{20-k}{2}}{\binom{20}{3}}$$

$\binom{n}{m}$ is the binomial coefficient

Result:

More digits

$$\frac{21}{4} = 5.25$$

Download page

POWERED BY THE WOLFRAM LANGUAGE

Príklad 6: 20 bodov

Stará čínska hra mang kung sa hrá so šiestimi špeciálnymi kockami: Každá kocka má päť stien neoznačených. Na poslednej stene má prvá kocka jednu bodku, druhá kocka dve, tretia tri, štvrtá štyri, piata päť a šiesta šesť. Ak pri hode kockou padne neoznačená stena, počíta sa ako nula. Hodíme týmito šiestimi kockami. Aká je stredná hodnota súčtu bodiek, ktoré na nich padnú?

SCRABBLE

PRAVIDLÁ HRY

1. Podstatou hry je zostaviť slovo z písmen, ktoré má hráč k dispozícii v zásobníku a dosiahnuť čo najvyššiu bodovú hodnotu.

2. Všetky písmená, ktoré sú ukladané v jednom ťahu (to znamená v jednom kole), musia byť ukladané **IBA V JEDNOM RIADKU, ČI STĽPCI** bez prerušenia tak, aby slovo smerovalo buď zľava doprava (v riadku) alebo zhora nadol (v stĺpci) - podobne ako v krížovke.

V jednom ťahu sa môžu použiť iba písmená zo zásobníka a každé z týchto písmen **IBA RAZ**.

3. **PLATNÉ SLOVÁ.** Pre účel našej hry sú to slová uvedené v **Pravidlách slovenského pravopisu, Veda, 1991, 1998 alebo 2000.** Môžu sa použiť iba slová, ktoré obsahuje **PRAVOPISNÝ A GRAMATICKÝ SLOVNÍK** - v PSP 1991 od strany 127, v PSP 1998 od strany 123, v PSP 2000 od strany 135. Prípustné sú písmená gréckej abecedy a solmizačné slabiky. Rovnaké slovo možno použiť v jednej hre opakovane.

Slová nemusia byť v základnom tvare. Môžu sa ohýbať, časovať, skloňovať. **NEMÔŽU SA POUŽIŤ ŽIADNE ZÁPORY A PREDPONY, POKIAĽ NIE SÚ PRIAMO UVEDENÉ V SLOVNÍKOCH** (prvé časti slov, napr. ne-, vy-, o-, za-, pri- od, nad, atď.).

Nemôžu sa použiť citoslovčia, skratky, slová, ktoré sa začínajú výhradne veľkými písmenami (vlastné mená), slová, pozostávajúce z jedného písmena a slová, na ktorých napísanie sú potrebné apostrofy a spojovníky.

4. Vytvorené nové slovo musí vždy nadväzovať na slová, ktoré sú už vytvorené na hracej ploche. Výnimkou je prvé kolo (pozri Pokyny pre 1. kolo).

5. NOVÉ SLOVÁ SA TVORIA:

a) priložením jedného alebo viacerých písmen k už vytvorenému slovu na ploche (na začiatok, na koniec alebo na oba konce slova);

b) priložením celého nového slova kolmo na už vytvorené slovo tak, aby sa v novom slove použilo jedno z jeho písmen alebo aby ho jedným svojim písmenom doplnilo;

c) priložením celého nového slova rovnobežne s existujúcim slovom na ploche tak, aby všetky susediace písmená vytvorili platné slová;

d) prepojením už vytvorených slov.

Slová v tom istom riadku alebo v tom istom stĺpci musia byť vždy oddelené aspoň jedným prázdny políčkom. Ak ktorékoľvek písmená susedia v rade vedľa seba (aj dve), musia spolu tvoriť platné slovo.

AKO SPOČÍTAŤ BODY

6. Bodová hodnota každého písmena je vyznačená v pravom dolnom rohu. Výnimkou je žolík - ten sa môže použiť namiesto akéhokoľvek písmena, ale jeho bodová hodnota je nulová.

7. Skóre je súčtom bodov za všetky písmená vo všetkých platných slovách, ktoré hráč vytvoril v jednom ťahu, vrátane prípadných prémiei.

8. **PÍSMENOVÉ PRÉMIE.** Políčko (2P) zdvojnásobuje hodnotu písmena, ktoré na ňom leží a políčko (3P) strojnásobuje hodnotu písmena, ktoré na ňom leží.

9. **SLOVNÉ PRÉMIE.** Ak leží jedno písmeno slova na políčku (2S), súčet hodnôt za písmená v tomto slove sa vynásobí dvoma, ak leží jedno písmeno slova na políčku (3S), súčet hodnôt za písmená sa vynásobí tromi. Ak prípadnú v jednom slove dve písmená na políčka (2S), súčet bodov sa vynásobí štyrmi, ak ide o políčka (3S), súčet bodov za písmená sa vynásobí deviatimi.

10. Najprv sa spočítajú body za vytvorené slovo (slová) vrátane prípadných písmenových prémiei, potom body za slovné prémie.

11. Pravidlá o prémieach **PLATIA LEN PRI PRVOM POLOŽENÍ** písmena na prémieové políčko.

12. Ak v jednom ťahu vznikne viac slov (ale hráč vytvorí iba jedno slovo, ktoré vhodne umiestni), počíta sa bodová hodnota všetkých slov. Hodnota písmena, ktoré je spoločné pre dve slová, sa započíta pre obidve slová.

13. **MIMORIADNA PRÉMIA.** Ak hráč použije v jednom ťahu všetkých sedem písmen zo zásobníka, získka mimoriadnu prémieu 50 bodov. Táto prémiea sa pripočíta po sčítaní bodov a prémiei za vytvorené slová.

Súťaž bude mať 13 kôl (v každom nepárnom čísle). V každom kole budú dvaja hráči odmenení po 5 €. Na konci súťaže získka víťaz (ak budú víťazi viacerí, bude vyžrebovaný) odmenu 10 €.

POKYNY PRE 1. KOLO

Zo zásobníka utvorte slovo s čo najväčším počtom bodov. Toto slovo umiestnite na hrací plán tak, aby jedno z jeho písmen prechádzalo cez stredové políčko (H8).

Každý hráč môže k svojmu ťahu pripojiť jeden ťah náhradný. Riešenie nemusíte písať na hrací plán, stačí papier formátu korešpondenčného lístka. Na označenie prvého písmena slova použite písmená a číslice na obvode hracieho plánu. Slovo umiestnené vodorovne má najprv písmeno (napr. E7, H2), ak je prvá číslica, slovo je umiestnené zvisle (napr. 3C, 10H).

Svoje riešenie 1. kola posielajte na našu adresu **do 20. januára 2016 (streda). POZOR** - termín nie je zhodný s termínom pre zaslanie ostatných riešení.

Stranu a hrací plán pripravil P. Zein.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
A	3S			2P					3S				2P		3S
B		2S				3P				3P					2S
C			2S				2P		2P					2S	
D	2P			2S								2S			2P
E					2S							2S			
F		3P				3P				3P				3P	
G			2P				2P		2P					2P	
H	3S			2P				2S					2P		3S
I			2P				2P		2P					2P	
J		3P				3P				3P				3P	
K					2S							2S			
L	2P			2S				2P					2S		2P
M			2S				2P		2P					2S	
N		2S				3P				3P				2S	
O	3S		2P					3S					2P		3S

2S dvakrát hodnota slova 3S trikrát hodnota slova 2P dvakrát hodnota písmena 3P trikrát hodnota písmena

Zásobník: **A, O, R, S, Š, T, U**

MENO	
ADRESA	