

Metódy riešenia úloh z pravdepodobnosti a štatistiky

Domácia úloha 2

Pokyny k odovzdávaniu:

- **Osobne na začiatku cvičenia alebo mailom** na adresu beata.ulohy@gmail.com s predmetom **pravdepodobnosť 2017 - DU2 - priezvisko**. Formát predmetu aj mail je potrebné dodržať. V prípade odovzdávania mailom riešenia spíšte do textového súboru alebo ich odfoťte (dostatočne kvalitne, aby bol text čitateľný) a skonvertujte do pdf formátu (dá sa to spraviť aj online). V prípade odovzdávania úlohy mailom **treba mail odoslať pred začiatkom cvičenia**.
- Pri riešení domácich úloh môžete spolupracovať, ale výsledné riešenie musí napísať každý samostatne. **Odpísané úlohy budú hodnotené 0 bodmi.**
- Ak ste neodovzdávali prvú domácu úlohu, alebo ste s ňou túto informáciu neuviedli, do mailu alebo na odovzdaný papier napíšte, **akým spôsobom chcete mať zverejňované body na webe** - meno a priezvisko alebo číselný kód (napíšte aký).

Termín odovzdania tejto DÚ: **štvrtok 9. marca 2017 do začiatku cvičenia**

“Plný počet” bodov za domácu úlohu je 60, môžete však získať aj viac ako 60 bodov. Do výpočtu priemeru aj do súťaže o hodnotenie A bez písomky sa počítajú všetky získané body.



Prvé dva príklady zo zo zbierky pre stredné školy, takže pravdepodobnosť ich úspešného vyriešenia by mala byť dosť vysoká. ;-)

Príklad 1 (20 bodov)

Před nástupem do nového zaměstnání musel David podstoupit preventivní prohlídku, jejíž součástí byl test na HIV. Podle údajů výrobce test odhalí přítomnost viru u nemocné osoby s pravděpodobností 99,90 % a pravděpodobností 99,99 % dá negativní výsledek u osoby zdravé. Po vyhodnocení lékař Davidovi sdělil, že test mu vyšel pozitivní a že musí znovu na odber krve, aby se výsledek ověřil. Předpokládejme, že v České republice je virem HIV infikováno přibližně 0,01 % obyvatel.

- a) David se z hlediska rizika nákazy virem HIV považuje za průměrného Čecha. Jaká je po výsledku prvního testu pravděpodobnost, že má skutečně HIV?
- b) Představme si, že David žije od dětství pořádným životem v malé vesnici na Vysočině, kde je podle statistik čtyřikrát nižší výskyt HIV než v celé České republice. Jaká je nyní pravděpodobnost, že má skutečně HIV?
- c) Nyní si představme, že David v minulosti injekčně užíval drogy. Na internetu si najde statistiky, podle nichž je mezi injekčními uživateli drog 1 % HIV pozitivních. Jaká je v tomto případě pravděpodobnost, že je skutečně infikován virem HIV?

Príklad 2 (20 bodov)

Ve městě provozují taxislužbu dvě společnosti. Jedna má 85 zelených automobilů, druhá má 15 modrých vozů. Jednoho zimního večera za tmy a v mlze srazil automobil taxislužby mladého muže. Ten později vypověděl, že automobil byl modrý. Policie vyzkoušela, nakolik je muž schopen rozeznat barvu v podobných podmínkách jako onoho večera, a zjistila, že barvu dokáže určit správně v 75 % případů. Jaká je na základě těchto informací pravděpodobnost, že byl muž skutečně sražen modrým vozem?

Príklad 3 (20 bodov)

Vráťme sa k príkladu *People vs. Collins* z cvičenia. Predpokladajme, že je N dvojíc a pravdepodobnosť, že dvojica ma určité vlastnosti, sa rovna $Pr = 1/N$, a že splnenie týchto vlastností pre jednotlivé dvojice je nezávislé. V rozhodnutísúdu sa uvažuje takáto situácia, výpočet pravdepodobnosti, že existuju aspoň dve také dvojice za podmienky, že existuje aspoň jedna, a píše sa:

We note parenthetically that if $1/N = Pr$, then as N increases indefinitely, the quotient in question approaches a limit of, where "e" represents the transcendental number (approximately 2.71828) familiar in mathematics and physics.

Vypočítajte hodnotu limity, ktorá je tu z rozhodnutia súdu vynechaná.

Príklad 4 (20 bodov)

Dvaja krátkozrakí poľovníci sa vybrali na poľovačku a naraz vystrelili na jeleňa. Zo skúsenosti vedia, že prvý z nich v takejto situácii trafi s pravdepodobnosťou 0,20, druhý s pravdepodobnosťou 0,30 a ich úspešnosti sú nezávislé. Jeleň bol trafený jednou guľkou. Aká je pravdepodobnosť, že pochádzala od šikovnejšieho poľovníka?

Príklad 5 (20 bodov, príklad z písomky)

Batožinu postupne prepravujú tri (poznajme, že nešikovné) letecké spoločnosti. Prvá stratí batožinu s pravdepodobnosťou 0,01. Druhá stratí batožinu s pravdepodobnosťou 0,02 (za predpokladu, že k nej tá batožina dorazila, teda že ju nestratila už prvá spoločnosť). Tretia stratí batožinu s pravdepodobnosťou 0,03 (znovu, samozrejme, za predpokladu, že k nej batožina dorazila). Batožina sa stratila. S akou pravdepodobnosťou ju stratila i -ta spoločnosť ($i = 1, 2, 3$)?