

Metódy riešenia úloh z pravdepodobnosti a štatistiky

Domáca úloha 4

Pokyny k odovzdávaniu:

- Osobne na začiatku cvičenia alebo mailom na adresu beata.ulohy@gmail.com s predmetom **pravdepodobnosť 2017 - DU4 - priezvisko**. Formát predmetu aj mail je potrebné dodržať. V prípade odovzdávania mailom riešenia spíšte do textového súboru alebo ich odfoťte (dostatočne kvalitne, aby bol text čitateľný) a skonvertujte do pdf formátu (dá sa to spraviť aj online). V prípade odovzdávania úlohy mailom treba mail odoslať pred začiatkom cvičenia.
- Pri riešení domácich úloh môžete spolupracovať, ale výsledné riešenie musí napísať každý samostatne. Odpísané úlohy budú hodnotené 0 bodmi.
- Termín odovzdania tejto DÚ: **štvrtok 23. marca 2017 do začiatku cvičenia**

“Plný počet” bodov za domácu úlohu je 60, môžete však získať aj viac ako 60.

Príklad 1 (40 bodov, 10 bodov za každú časť)

Pre každú z dvojíc (a) a (b) dokážte, že uvedené náhodné premenné nie sú nezávislé:

- (a) X_1 a Z z príkladu 2 zo slajdov o diskretných náhodných vektoroch
- (b) Hodíme dvoma kockami. Náhodná premenná X vyjadruje súčet, ktorý padol a náhodná premenná Y vyjadruje absolútnu hodnotu rozdielu, ktorý padol na týchto kockách.

Čo si myslíte, budú nasledovné náhodné premenné nezávislé alebo nie? Zdôvodnite.

- (c) Číselné vyjadrenie známky ($A=1, B=1,5, \dots$) z predmetov *Matematická analýza 4* a *Pravdepodobnosť a štatistika 2*.
- (d) Výška študenta v centimetroch a jeho hmotnosť v kilogramoch.

Príklad 2

- (a) **(10 bodov)** Dokážte, že kovariancia náhodných premenných z časti (b) príkladu 1 v tejto DÚ je nulová.
- (b) **(20 bodov, 5 bodov za každú časť)** Rozhodnite, či sú nasledovné tvrdenia pravdivé alebo nepravdivé:
 - Ak sú dve náhodné premenné nezávislé, tak ich kovariancia je nulová.
 - Ak dve náhodné premenné nie sú nezávislé, tak ich kovariancia je nenulová.
 - Ak je kovariancia náhodných premenných nulová, vyplýva z toho, že sú nezávislé.
 - Ak je kovariancia náhodných premenných nenulová, vyplýva z toho, že nie sú nezávislé.

Príklad 3 (20 bodov)

Uvažujme situáciu z prvého príkladu zo slajdov o diskretných náhodných vektoroch: Komisia sa skladá z troch členov, každý sa rozhoduje pri hlasovaní správne so zadanou pravdepodobnosťou a ich hlasovanie je nezávislé. Uvažujme tieto dve možnosti:

- Komisia prijme také rozhodnutie, ako hlasoval člen A.
- Komisia rozhodne tak, ako hlasovala väčšina jej členov.

V tomto príklade budeme predpokladať, že každý člen sa rozhoduje správne s rovnakou pravdepodobnosťou p .

- (a) Dokážte, že pri druhej možnosti je pravdepodobnosť správneho rozhodnutia komisie väčšia alebo rovná pravdepodobnosti správneho rozhodnutia pri prvej možnosti. Kedy nastáva rovnosť a akú má táto rovnosť interpretáciu?
- (b) Pri akej pravdepodobnosti p je rozdiel pravdepodobností správneho rozhodnutia pri druhej a pri prvej možnosti maximálny?

Príklad 4 (20 bodov)

V študovanej populácii je 50 percent nefajčiarov, 30 percent príležitostných fajčiarov a 20 percent pravidelných fajčiarov. Pravdepodobnosť, že počas nasledujúcich piatich rokov bude diagnostikovaná choroba súvisiaca so srdcom, je pre príležitostných fajčiarov dvakrát väčšia ako pre nefajčiarov, ale dvakrát menšia ako pre pravidelných fajčiarov. Istému človeku bola takáto choroba diagnostikovaná. Aká je pravdepodobnosť, že je pravidelný fajčiar?