

Metódy riešenia úloh z pravdepodobnosti a štatistiky

Domáca úloha 1

- Odobzdvávanie: Osobne na začiatku cvičenia alebo mailom – odoslaným pred začiatkom cvičenia - na adresu beata.ulohy@gmail.com s predmetom pravdepodobnosť 2018 - DU1 – priezvisko. Formát predmetu aj mail je potrebné dodržať. V prípade odobzdvávania mailom riešenia spíšte do textového súboru alebo ich odfoťte (dostatočne kvalitne, aby bol text čitateľný) a skonzvertujte do pdf formátu (dá sa to spraviť aj online). Ak odobzdváate časť úlohy mailom a časť osobne, napíšte o tom poznámku do riešenia (napr. „zvyšok odobzdvám osobne“ alebo „odkaz na výpočet v google dokumente je v maili“)
- Pri riešení domácich úloh môžete spolupracovať, ale výsledné riešenie musí napísať každý samostatne. Odpísané úlohy budú hodnotené 0 bodmi.
- Spolu s prvou domácou úlohou do mailu alebo na odobzdaný papier napíšte, akým spôsobom chcete mať zverejňované body na webe - meno a priezvisko alebo číselný kód (napíšte aký).
- Termín odobzdania tejto DÚ: **štvrtok 1. marca 2018 do začiatku cvičenia**
- “Plný počet” bodov za domácu úlohu je 60 – teda 3 príklady, môžete však získať aj viac ako 60 bodov. Do výpočtu priemeru aj do súťaže o hodnotenie A bez písomky sa počítajú všetky získané body.

Príklad 1 (20 bodov)

Za zadaním príkladov sú podrobne vysvetlené pravidlá korešpondenčného variantu hry Scrabble, ako prebieha v časopise Relax. Naštudujte si ich a zostavte prípustné slovo v situácii, ktorá je tam znázornená a vypočítajte jeho bodovú hodnotu. Nezapomnite napísať umiestnenie slova (musí prechádzať stredným políčkom).

Nematematický bonus: 2 bonusové body pre toho, kto zostaví slovo s najvyššou bodovou hodnotou.

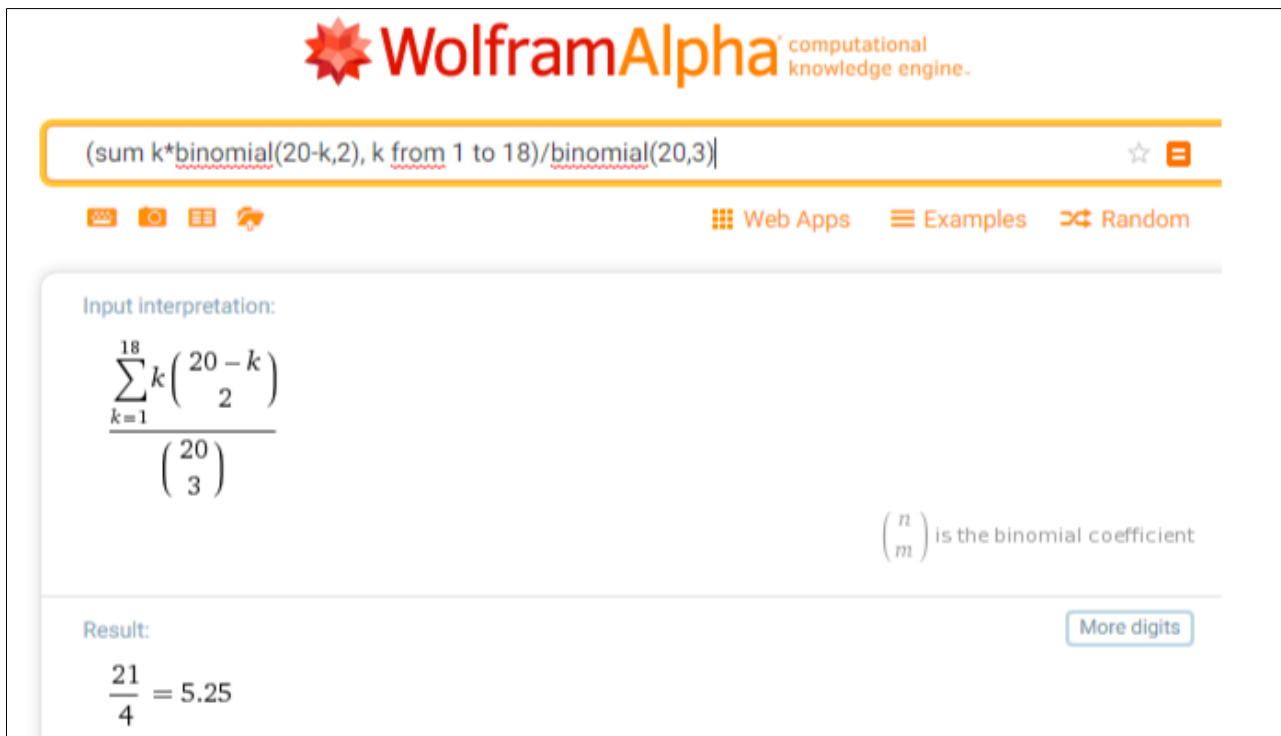
V nasledujúcom kroku sa do zásobníka doplnia písmená – toľko, koľko ste ich použili. V pravidlách hry je, že v zásobníku sú vždy aspoň dve samohlásky a aspoň dve spoluhlásky, pričom žolík môže podľa potreby predstavovať samohlásku alebo spoluhlásku (takže napríklad 1 žolík, 1 samohlásku, 5 spoluhlások je v poriadku – žolíka vezmeme ako samohlásku). Ak to nie je splnené, vytiahnuté písmená sa vrátia naspäť a ťahá sa znova. Vypočítajte pravdepodobnosť, že toto opakovanie bude potrebné po dopĺňaní zásobníka, ak na hracej ploche zostane vaše slovo. Počty jednotlivých písmen v hre sú v slajdoch k prvému cvičeniu



Výsledok odvedený na cvičení môžete samozrejme využiť, ale treba ho vysvetliť „nanovo“, ako keby ste ho vysvetľovali niekomu, kto na cvičení nebol.

Príklad 2 (20 bodov)

Vráťme sa k prvému príkladu z cvičenia a vypočítajme strednú hodnotu miesta, na ktorom sa nachádza prvá písmočka vo všeobecnom prípade, ak si písmočku príde pozrieť k študentov z celkového počtu N . Pre prípad z cvičenia ($N = 20$, $k = 3$) dáva wolframalpha.com “podozrivo pekný” výsledok – zlomok $21/4$:



WolframAlpha computational knowledge engine.

(sum k*binomial(20-k,2), k from 1 to 18)/binomial(20,3)

Web Apps Examples Random

Input interpretation:

$$\frac{\sum_{k=1}^{18} k \binom{20-k}{2}}{\binom{20}{3}}$$

$\binom{n}{m}$ is the binomial coefficient

Result: $\frac{21}{4} = 5.25$ [More digits](#)

Vypočítajte strednú hodnotu vo všeobecnom prípade (5 bodov za výsledok z wolframalpha, plný počet za dôkaz)

Príklad 3 (20 bodov)

V triede je 25 žiakov. V posledný deň v škole pred prázdninami každý z nich prinesie do školy malý darček. Darčekom sa zabalia do rovnakých krabičiek a na konci vyučovania sa náhodne rozdelia medzi žiakov tejto triedy. Aká je stredná hodnota počtu žiakov, ktorí si domov odnesú vlastný darček?



Príklad 4 (20 bodov)

Uvažujme testovanie vzoriek krvi z cvičenia, pričom sa použije nasledovný postup: Ľudia (celkovo ich je N , čo je daná konštanta) sa rozdelia do skupín po k . Predpokladajme, že ľudí je veľa, preto zanedbáme prípadnú neúplnú poslednú skupinu. Pracujeme teda s N/k skupinami, pričom v každej je k ľudí. V každej tejto skupine testujeme krv rovnakým postupom ako na cvičení. Očakávaný počet testov, ktoré sa budú robiť, tak závisí od pravdepodobnosti choroby p a od veľkosti skupiny k .

Pre vašu hodnotu p , ktorá je uvedená v nasledujúcej tabuľke, vypočítajte optimálnu veľkosť skupiny, pri ktorej je očakávaný počet testov minimálny. Uveďte:

- odvodenie optimalizačnej úlohy
- jej numerické riešenie
- priložte použitý kód, screenshot z wolframalpha.com, MS Office/Libre Office/Google spreadsheet a pod.

Meno	Parameter p
Peter Kulcsár Szabó	0,01
Pál Somogyi	0,001
Peter Súkeník	0,0001
Jana Skokanová	0,00001
Ján Pitoňák	0,000001
Jakub Repáš	0,05
Mikuláš Zeman	0,005
Romana Gabrišková	0,0005
Ondrej Štefánik	0,00005
Dominik Najšel	0,000005
Martin Vojtech	0,025
Eduard Bučko	0,0025
Dávid Brandys	0,000025
Ostatní (t. j. kto nebol na prvom cvičení)	0,0000025



Príklad 5 (20 bodov)

Stará čínska hra mang kung sa hrá so šiestimi špeciálnymi kockami: Každá kocka má päť stien neoznačených. Na poslednej stene má prvá kocka jednu bodku, druhá kocka dve, tretia tri, štvrtá štyri, piata päť a šiesta šesť. Ak pri hode kockou padne neoznačená stena, počíta sa ako nula. Hodíme týmito šiestimi kockami. Aká je stredná hodnota súčtu bodiek, ktoré na nich padnú?

Zdroj obrázkov:

- https://www.freepik.com/free-photo/letter-game_1330223.htm
- https://www.freepik.com/free-vector/hand-drawn-christmas-background-with-red-and-beige-gift-boxes_1446699.htm
- https://www.freepik.com/free-photo/test-tube-in-latex-glove_1093206.htm

SCRABBLE

PRAVIDLÁ HRY

1. Podstatou hry je zostaviť slovo z písmen, ktoré má hráč k dispozícii v zásobníku a dosiahnuť čo najvyššiu bodovú hodnotu.

2. Všetky písmená, ktoré sú ukladané v jednom ťahu (to znamená v jednom kole), musia byť ukladané **IBA V JEDNOM RIADKU, ČI STĽPCI** bez prerušenia tak, aby slovo smerovalo buď zľava doprava (v riadku) alebo zhora nadol (v stĺpci) - podobne ako v krížovke.

V jednom ťahu sa môžu použiť iba písmená zo zásobníka a každé z týchto písmen **IBA RAZ**.

3. **PLATNÉ SLOVÁ.** Pre účel našej hry sú to slová uvedené v **Pravidlách slovenského pravopisu, Veda, 1991, 1998 alebo 2000.** Môžu sa použiť iba slová, ktoré obsahuje **PRAVOPISNÝ A GRAMATICKÝ SLOVNÍK** - v PSP 1991 od strany 127, v PSP 1998 od strany 123, v PSP 2000 od strany 135. Prípustné sú písmená gréckej abecedy a solmizačné slabiky. Rovnaké slovo možno použiť v jednej hre opakovane.

Slová nemusia byť v základnom tvare. Môžu sa ohýbať, časovať, skloňovať ale nemožno urobiť podstatné meno zo slovesa, prídavné meno z podstatného mena a pod. **NEMÔŽU SA POUŽIŤ ŽIADNE ZÁPORY A PREDPOZY, POKIAĽ NIE SÚ PRIAMO UVEDENÉ V SLOVNÍKOCH** (prvé časti slov), (napr. ne-, vy-, o-, za-, pri-, od, nad, atď.).

Nemôžu sa použiť citoslovca, skratky, slová, ktoré sa začínajú výhradne veľkými písmenami (vlastné mená), slová, pozostávajúce z jedného písmena a slová, na ktorých napísanie sú potrebné apostrofy a spojovníky.

4. Vytvorené nové slovo musí vždy nadväzovať na slová, ktoré sú už vytvorené na hracej ploche. Výnimkou je prvé kolo (pozri Pokyny pre 1. kolo).

5. NOVÉ SLOVÁ SA TVORIA:

a) priložením jedného alebo viacerých písmen k už vytvorenému slovu na ploche (na začiatok, na koniec alebo na oba konce slova);

b) priložením celého nového slova kolmo na už vytvorené slovo tak, aby sa v novom slove použilo jedno z jeho písmen alebo aby ho jedným svojim písmenom doplnilo;

c) priložením celého nového slova rovnobežne s existujúcim slovom na ploche tak, aby všetky susediace písmená vytvorili platné slová;

d) prepojením už vytvorených slov.

Slová v tom istom riadku alebo v tom istom stĺpci musia byť vždy oddelené aspoň jedným prázdny políčkum. Ak ktorékoľvek písmená susedia v rade vedľa seba (aj dve), musia spolu tvoriť platné slovo.

AKO SPOČÍTAŤ BODY

6. Bodová hodnota každého písmena je vyznačená v pravom dolnom rohu. Výnimkou je žolík - ten sa môže použiť namiesto akéhokoľvek písmena, ale jeho bodová hodnota je nulová.

7. Skóre je súčtom bodov za všetky písmená vo všetkých platných slovách, ktoré hráč vytvoril v jednom ťahu, vrátane prípadných prémiei.

8. **PÍSMENOVÉ PRÉMIE.** Políčko (2P) zdvojnásobuje hodnotu písmena, ktoré na ňom leží a políčko (3P) strojnásobuje hodnotu písmena, ktoré na ňom leží.

9. **SLOVNÉ PRÉMIE.** Ak leží jedno písmeno slova na políčku (2S), súčet hodnôt za písmená v tomto slove sa vynásobí dvoma, ak leží jedno písmeno slova na políčku (3S), súčet hodnôt za písmená sa vynásobí tromi. Ak prípadnú v jednom slove dve písmená na políčka (2S), súčet bodov sa vynásobí štyrmi, ak ide o políčka (3S), súčet bodov za písmená sa vynásobí deviatimi.

10. Najprv sa spočítajú body za vytvorené slovo (slová) vrátane prípadných písmenových prémiei, potom body za slovné prémie.

11. Pravidlá o prémieach **PLATIA LEN PRI PRVOM POLOŽENÍ** písmena na prémieové políčko.

12. Ak v jednom ťahu vznikne viac slov (ale hráč vytvorí iba jedno slovo, ktoré vhodne umiestni), počíta sa bodová hodnota všetkých slov. Hodnota písmena, ktoré je spoločné pre dve slová, sa započíta pre obidve slová.

13. **MIMORIADNA PRÉMIA.** Ak hráč použije v jednom ťahu všetkých sedem písmen zo zásobníka, získa mimoriadnu prémieu 50 bodov. Táto prémiea sa pripočíta po sčítaní bodov a prémiei za vytvorené slová.

Súťaž bude mať 13 kôl (v každom nepárnom čísle). V každom kole budú dvaja hráči odmenení po 5 €. Na konci súťaže získa víťaz (ak budú na čele viacerí, bude vyžrebovaný) odmenu 10 €.

POKYNY PRE 1. KOLO

Zo zásobníka utvorte slovo s čo najväčším počtom bodov. Toto slovo umiestnite na hrací plán tak, aby jedno z jeho písmen prechádzalo cez stredové políčko (H8).

Každý hráč môže k svojmu ťahu pripojiť jeden ťah náhradný. Riešenie nemusíte písať na hrací plán, stačí papier formátu korešpondenčného listka. Na označenie prvého písmena slova použite písmená a číslice na obvode hracieho plánu. Slovo umiestnené vodorovne má najprv písmeno (napr. E7, H2), ak je prvá číslica, slovo je umiestnené zvisle (napr. 3C, 10H).

Svoje riešenie 1. kola posielajte na našu adresu **do 17. januára 2018 (streda)**. **POZOR** - termín nie je zhodný s termínom pre zaslanie ostatných riešení.

Stranu a hrací plán pripravil P.Zein.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
A	3S			2P				3S				2P			3S
B		2S				3P				3P				2S	
C			2S				2P		2P				2S		
D	2P			2S				2P					2S		2P
E					2S							2S			
F		3P				3P				3P				3P	
G			2P				2P	2P					2P		
H	3S			2P				2S					2P		3S
I			2P				2P	2P					2P		
J		3P				3P				3P				3P	
K					2S							2S			
L	2P			2S			2P						2S		2P
M			2S				2P	2P						2S	
N		2S				3P			3P					2S	
O	3S			2P					3S				2P		3S

2S dvakrát hodnota slova 3S trikrát hodnota slova 2P dvakrát hodnota písmena 3P trikrát hodnota písmena

Zásobník: **D, E, H, N, O, S, Y**

MENO	
ADRESA	